METODOLOGIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA

ILUMNO

METODOLOGIA DO ENSINO DA MATEMÁTICA

ILUMNO

Texto de acordo com as normas do Novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa.

AUTORIA DO CONTEÚDO
Roberta Mendiondo

REVISÃO
Theo Cavalcanti
Clarissa Penna
Caroline Maganhi
Lydianna Lima

PROJETO GRÁFICO
UVA

DIAGRAMAÇÃO
UVA

SUMÁRIO

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Olá, prezado estudante!

A disciplina **Metodologia do Ensino da Matemática** pretende mediar sua relação com a educação matemática e a futura prática ensinando matemática. Ao longo de quatro unidades de ensino, estudaremos aspectos sócio-históricos da matemática, teorias que fundamentam seu ensino, formas adequadas de explorar os conceitos matemáticos e como planejar o ensino da disciplina de forma socialmente relevante e conceitualmente consistente.

Ao final do estudo desta disciplina, você terá desenvolvido conhecimentos, habilidades e competências que contribuirão com sua prática de ensino de matemática por meio de:

- Seleção dos conteúdos matemáticos relevantes para a vida dos alunos e da sociedade contemporânea.
- Escolha de estratégias de ensino adequadas para educação infantil e séries iniciais.
- Compreensão dos processos da construção do conceito de número e do sistema de numeração decimal com auxílio de materiais de manipulação.
- Planejamento de atividades envolvendo frações e conceitos básicos de geometria por meio de aplicações cotidianas.
- Elaboração de planos de ensino e de aula a partir das orientações legais e teóricas, além de análise crítica de livros didáticos.

A disciplina **Metodologia do Ensino da Matemática** possui caráter essencialmente prático por tratar efetivamente do trabalho do professor com matemática na sala de aula, desde os conceitos que devem ser mobilizados para o ensino, passando pelas formas de ensiná-los, até as questões que envolvem as diretrizes do Ministério da Educação – MEC, por meio da atual Base Nacional Comum Curricular – BNCC. Torna-se, assim, fundamental para o futuro professor que ele pense sobre educação matemática para que, ao longo de sua graduação, forme seu perfil de educador — e esta disciplina pode contribuir muito para a construção desse perfil.

Será um prazer compartilhar dessa caminhada com você, tecendo um campo de conhecimentos que contribuirá efetivamente tanto para sua formação como educador como para sua futura prática pedagógica com matemática.

Bons estudos!

AUTOR

ROBERTA MENDIONDO

Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS (2000) e mestre em Engenharia Ambiental pelo Instituto Federal fluminense – IFF (2012), cursou Especialização em Matemática para Professores do Ensino Básico pela Universidade Federal do Rio Grande – Furg (2002). Docente em nível de graduação desde 2006, é professora da Universidade Veiga de Almeida – UVA, atuando em ensino, pesquisa e extensão desde 2009. É pesquisadora em educação, líder de grupo de pesquisa registrado no Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq. Tem experiência de 13 anos como professora de matemática no ensino fundamental da rede pública de municípios do Rio Grande do Sul e é professora conteudista para educação a distância nos campos da matemática, da estatística e da educação.

C. Lattes

UNIDADE 1

A construção do conhecimento matemático no mundo contemporâneo

INTRODUÇÃO

A matemática se desenvolveu para resolver problemas da humanidade, assim é importante que o professor trabalhe os conteúdos pertinentes ao contexto dos alunos, de forma que eles possam utilizá-los como instrumento de transformação em suas vidas. Você estudará a construção histórica do conhecimento matemático, teorias de ensino e sobre como selecionar conteúdos relevantes e ferramentas para ensinar aos alunos.

OBJETIVO

Nesta unidade, você será capaz de:

• Selecionar conteúdos matemáticos, da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental, relevantes para a vida na sociedade do século XXI, além de estratégias e recursos de ensino adequados.

O conhecimento matemático na prática

Neste tópico, estudaremos alguns momentos da história da matemática e teorias sobre ensino dessa disciplina. A história do desenvolvimento dos conceitos em matemática pode ajudá-lo a entender a construção social de ferramentas matemáticas estabelecidas para representar e solucionar problemas da humanidade e a relação que essa história tem com o ensino da disciplina nos dias atuais, especialmente sua relevância.

Iniciamos nossa caminhada pela história da matemática por aquela que parece ser sua noção mais básica: o processo de contagem. Ele foi desenvolvido pela humanidade muito antes da escrita ou da civilização, motivo pelo qual temos poucos elementos concretos para sua análise. No entanto, as habilidades de contagem precedem qualquer desenvolvimento matemático mais refinado, e sua compreensão é fundamental para uma abordagem histórica da matemática.

O processo de contagem é complexo, não sendo algo instintivo ou inato. Iniciou-se quando o homem desenvolveu a capacidade de comparar conjuntos de objetos e correspondê-los um a um, porém, para que se estabelecesse um sistema de numeração, ainda faltava um passo fundamental, que era a ordenação.

Curiosidade

Parece que nossos ancestrais do Paleolítico já faziam algumas contas para além da contagem...

Figura 1: Osso de Ishango.

Fonte: wilkimedia.org

Osso de Ishango

O osso de babuíno, com um pedaço de quartzo afiado incrustado em uma ponta, que talvez fosse utilizado para gravar ou escrever, data do Paleolítico Superior, aproximadamente entre 20.000 a.C. e 18.000 a.C. Cientistas acreditam que essa ferramenta era utilizada para mais do que contagem, pois apresenta alguns padrões que remetem à multiplicação e à divisão por dois.

O osso está exposto no Institut royal des Sciences naturelles de Belgique, em Bruxelas.

Os seres humanos possuem habilidades naturais para pensar noções quantitativas rudimentares: muito e pouco, grande e pequeno, lento e rápido. O desenvolvimento humano, de uma vida primitiva para uma vida em sociedade, implicou novos desafios sociais e econômicos, demandando diferentes formas de organização do espaço, técnicas de produção e representação nas relações comerciais.

Exemplo

Um pastor podia dimensionar seu rebanho ao corresponder cada uma de suas ovelhas com os dedos de suas mãos ou com pedras. À medida que cada ovelha passava pelo cercado, o pastor a correspondia a uma pedra, formando um amontoado de pedras, o qual equivalia à quantidade de ovelhas de seu rebanho.

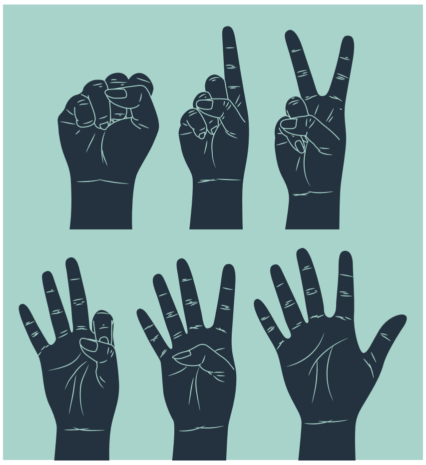
Um pouco da história da matemática

Vamos estudar as motivações de povos antigos para desenvolver suas ferramentas matemáticas...

Egito

Os registros iniciais da matemática vêm do Egito, quando os povos deixaram de ser nômades e começaram a se estabelecer na região, em torno de 4000 a.C. Os egípcios se interessaram cedo pela astronomia e observaram que a inundação periódica do rio Nilo ocorria a cada 365 dias. A partir daí, estabeleceram um calendário solar feito de 12 meses de 30 dias cada um e mais cinco dias de festa no final do ano. As habilidades aritméticas necessárias para a organização desse calendário dão a dimensão da natureza prática da matemática desenvolvida pelos egípcios.

O crescimento das sociedades exigiu formas de administração das terras, como controle de áreas de plantio, de produção, de colheita e de impostos, e, para essa gestão, surge o desenvolvimento de princípios de contagem e medições.



Devido à necessidade de registrar seus cálculos, egípcios utilizaram um sistema de numeração decimal, supostamente motivados pela quantidade de dedos das mãos, porém o sistema não era posicional, o que dificultava a representação de números grandes. Por outro lado, os egípcios eram ótimos calculistas, o que pode ser observado em descobertas como o Papiro de Rhind, o qual apresenta processos de multiplicação usando, indiretamente, o sistema binário, o mesmo que fundamenta os sistemas digitais atuais.

Heródoto (484-420 a.C.), historiador grego, atribui a origem do conhecimento geométrico dos egípcios à necessidade de redistribuir as terras cultiváveis entre seus proprietários após cada inundação do rio Nilo, uma geometria de caráter estritamente prático, com objetivo de obter aproximações, métodos e regras eficazes do ponto de vista da aplicação. Nesse sentido, os egípcios eram capazes de calcular áreas de figuras como o quadrado, o triângulo e o trapézio.

Saiba mais

O **Papiro de Rhind** foi escrito por um escriba chamado Ahmés, por volta de 1615 a.C., e revela processos descritos para solucionar problemas cotidianos, grande parte deles envolvendo frações e geometria.

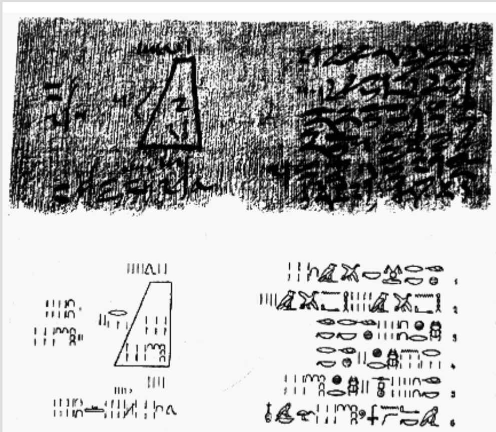
Figura 2: Papiro de Rhind.

Fonte: pt.wikipedia.org

A engenharia é o grande destaque do Egito, representada pelas pirâmides e pela Esfinge, monumentos grandiosos que provocaram — e ainda provocam —

muita curiosidade. Outro documento importante encontrado é o chamado **Papiro de Moscou**, datado de 1850 a.C. Nele, encontra-se, por exemplo, a fórmula igual à que conhecemos atualmente do volume do tronco de pirâmide de base quadrada (como são as pirâmides do Egito).

Figura 3: Papiro de Moscou.



Fonte: pt.wikipedia.org

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 1 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre volume de tronco de cone.

Mesopotâmia

Os povos da Mesopotâmia, como os sumérios e os babilônios, que viveram entre 3500 a.C. e o início da Era Cristã aproximadamente, também desenvolveram consideravelmente a matemática.

Os babilônios, devido ao forte comércio e com objetivo de expandir seu império, precisaram manipular com destreza os números para realizar câmbio de moedas, troca de mercadorias, taxas de juros simples e compostos, cálculos de impostos e problemas de divisão de colheitas. Os registros eram feitos em tábuas de argila.

Sistemas numéricos

- **Sistema sexagesimal**

Possivelmente os sumérios e os babilônios também fundamentaram seu sistema de numeração nas mãos, porém não o fizeram baseados nos 10 dedos, e sim nos cinco dedos de uma mão e nos 12 nós da outra, totalizando 60 possibilidades, configurando um sistema sexagesimal. Embora não seja nosso sistema padrão, ainda é bastante importante em relógios e em geometria para medição de ângulos (graus), por exemplo. Outra suposição é que a base sexagesimal tenha origem na divisão do tempo, já que o mês lunar dura perto de 30 dias ou o ano se consiste aproximadamente de 360 dias (6×60). A principal característica do sistema babilônico é que ele foi um sistema posicional, ou seja, a posição em que os símbolos se encontravam fazia diferença (o nosso sistema numérico é posicional de base 10).

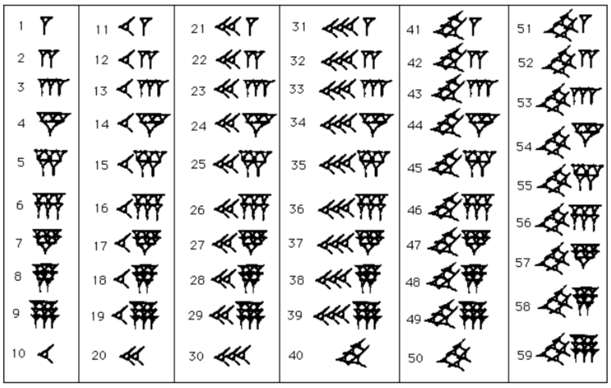
MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 1 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor ***Tópicos de História da Matemática: primeiros números e sistemas de numeração***.

- **Sistema posicional**

O método de numeração conta com um sistema posicional que facilitou a representação de números grandes, como a de grandezas astronômicas geradas na observação do céu. Como um sistema posicional pode requerer a representação de nenhum valor para uma dada posição, surge na Babilônia a representação do número zero por meio de uma coluna em branco apenas nas posições internas, nunca o último dígito. No século III a.C., a matemática mesopotâmica passou a representar o zero por meio de duas cunhas inclinadas.

Veja, a seguir, os símbolos utilizados por sumérios e babilônios:



Fonte: invivo.fiocruz.br

MIDIATECA

Acesse o recurso ***Antigo Sistema de Numeração***, na midiateca, para conhecer e comparar sistemas de numeração antigos: egípcio, sumério-babilônico e hindu-arábico (nosso sistema atual).

Assim, novamente fazendo uso de um sistema numérico refinado, a matemática serviu à expansão territorial e ao controle de terras, no cálculo de áreas e na construção de sistemas de irrigação.

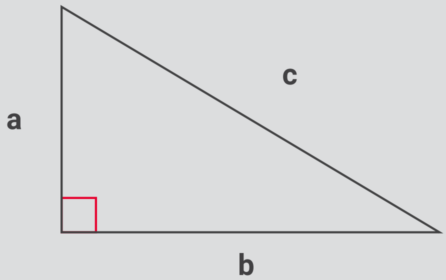
De forma semelhante aos egípcios, os babilônios estudavam regras, padrões e formas. Em especial, uma delas: o triângulo retângulo, do qual capturaram relações sofisticadas, como consta na tábua chamada de Plimpton 322, em que aparecem alguns trios de números pitagóricos, sem referência a demonstrações teóricas do teorema de Pitágoras, mas sim à relação entre as medidas de catetos e hipotenusa no triângulo retângulo.

Curiosidade

Há quatro colunas na tábua Plimpton 322.

Fonte: magazine.columbia.edu

Em uma das linhas, os números que aparecem nas três primeiras colunas são 120, 119 e 169, respectivamente. Esses números satisfazem o famoso teorema de Pitágoras, assim como outros trios presentes na tábua. Faça o teste utilizando o trio 120, 119 e 169: teremos 1202 + 1192 = 1692.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Grécia

Na margem superior do Mediterrâneo, povos emigrados do Norte constituíram a civilização grega, distribuída em inúmeros reinos. Os gregos praticavam uma matemática utilitária, semelhante à dos egípcios, mas ao mesmo tempo desenvolveram a reflexão teórica, com objetivos religiosos e ritualísticos. Iniciou-se um modelo de explicações que deu origem às ciências, à filosofia e à matemática abstrata, na qual os conhecimentos deveriam ser demonstrados e provados.

É importante ressaltar que dois tipos de matemáticas conviviam no mundo grego: uma de natureza prática e outra teórica.

Os primeiros avanços da matemática grega são atribuídos a Tales de Mileto (ca 625-547 a.C.) e a Pitágoras (ca 560-480 a.C.). Tales uniu o estudo da astronomia ao da geometria e da aritmética. Apesar de a escola pitagórica enfocar não só a aritmética, mas também a música, a geometria e a astronomia, para ela a concepção do universo é aritmética: "Todas as coisas são números." Nesse sentido, os números eram tratados como entidades místicas e objetos de devoção.

Importante

Com relação às áreas da matemática, a geometria trata de formas e medidas, enquanto a aritmética trata de números, suas propriedades e operações.

Muito do que conhecemos da matemática grega vem das obras de filósofos da Antiguidade Grega, como Sócrates, Platão e Aristóteles, que viveram no século IV a.C. Nesse período, matemática e filosofia representavam uma mesma linha de pensamento. Platão distinguia a matemática utilitária, importante para comerciantes e artesãos, de uma matemática teórica, fundamental para aqueles que seriam os dirigentes, a elite. Um representante típico dessa elite foi Alexandre da Macedônia, que teve como preceptor Aristóteles. Ao se tornar rei e unificar a Grécia, Alexandre fundou a cidade de Alexandria e a Biblioteca de Alexandria, no Egito, que se tornou outro grande centro intelectual do mundo grego. Alexandre morreu ali, aos 33 anos de idade.

Para refletir

Você vê alguma semelhança entre o que Platão defendia e o que ocorre hoje em dia nas escolas?

No fim do século IV a.C., surgiu a obra mais importante desse período, **Os elementos**, de Euclides (ca 330-270 a.C.), que organizou toda a matemática então conhecida. Apesar de esse ser o livro que mais influenciou o mundo ocidental moderno, assim como outros conhecimentos gregos, não se teve acesso a originais, como no caso de egípcios e babilônios. Uma das versões mais conhecidas foi a de Proclus (410-485 d.C.).

No século III a.C., Arquimedes (ca 287-212 a.C.) foi o matemático que soube desenvolver tanto a matemática utilitária grega como a teórica e, por isso, é considerado por muitos como o primeiro matemático aplicado. Arquimedes criou equipamentos para usos civil e militar e resolveu problemas práticos, por exemplo, como definir a quantidade de metais constituindo uma liga — a toda essa construção, ele dava sustentação teórica.

Império Romano

Como a expansão do Império Romano tinha características bem distintas da dos gregos, o foco passou a ser a vida social e política. Suas atividades intelectuais se voltavam para filosofia social e política, cujo maior nome foi Cícero (106-43 a.C.).

Para a expansão do império, era muito importante a fundação de cidades e a reorganização urbana. Nesse sentido, Marcus Vitruvius Pollio (século I a.C.) sintetiza uma ciência de urbanização e de técnicas na obra **Dez livros de Arquitetura**, que contém tudo aquilo que os romanos consideravam importante de matemática.

Idade Média e Islã

A matemática utilitária progrediu muito nesse período entre o povo e os profissionais. Modelos geométricos foram desenvolvidos para a construção de igrejas no estilo gótico, e a perspectiva nos desenhos serviu para a pintura dessas igrejas, que foram conceitos precursores das chamadas "geometrias não euclidianas". O contexto era o de dominação, não somente religiosa da Igreja Católica, e sua busca pela construção de uma teologia cristã, centrada e restrita aos mosteiros.

Em Bagdá, foi implantada a principal escola matemática do período, contando com textos gregos, e uma instituição semelhante às universidades, chamada Casa da Sabedoria. Nela, trabalhou o matemático Musa al-Khwarizmi al-Majusi (780-847 d.C.). De cultura persa, ele foi o matemático islâmico de maior influência, responsável, por exemplo, por estudar equações e marcar o início da álgebra. Al-Khwarizmi também descreveu o sistema de numeração indiano, posicional e de base 10, o mesmo sistema que todo o mundo ocidental utiliza até hoje.

Ainda na Idade Média, foram fundadas importantes universidades, como as de Bolonha (1088), Paris (1170), Cambridge (1209), Coimbra (1218), Salamanca (1220), Oxford (1249) e Montpellier (1220), para que o conhecimento não ficasse restrito aos mosteiros e onde poderiam circular as ideias do mundo muçulmano.

Leonardo Fibonacci (1170-1250), filho de um comerciante, aprendeu com os árabes o sistema posicional de numeração e as operações e, em 1202, publicou **Liber abbaci**, explicando esses conceitos aritméticos, que foi o livro mais importante da matemática europeia. Essa obra foi disponibilizada, primeiramente, aos comerciantes e banqueiros, que puderam, então, estabelecer as bases para a economia moderna da Europa.

Com o Renascimento, houve acesso e exploração de documentos originais gregos e romanos e uma retomada às ideias clássicas. Enquanto isso, desenvolveu-se, em grande parte, a matemática abstrata, teórica, entre matemáticos, filósofos, astrônomos e acadêmicos da época. Essa matemática aborda os conteúdos que, atualmente, são estudados nos anos finais dos ensinos fundamental, médio e superior e, em sua forma teórica, interessa a matemáticos.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 1 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor ***As origens da matemática: dos processos de contagem aos sistemas de numeração***.

Para refletir

Em cada um dos períodos que estudamos até aqui, você consegue identificar as motivações que contribuíram para o desenvolvimento da matemática?

Refletindo sobre educação matemática

Neste momento do nosso estudo, exploraremos algumas ideias pedagógicas importantes na construção de seu perfil como educador. O objetivo é que você perceba a natureza útil da matemática e a ensine de forma que seus alunos sejam capazes de fazer matemática em suas vidas assim como os povos que estudamos.

Ensino tradicional

A educação tradicional como conhecemos hoje nasceu em meados do século XIX, após a Revolução Industrial, pensada por uma burguesia europeia que havia se estabelecido no poder, então democrático, que apregoava educação para todos e gratuitamente oferecida pelo Estado em redes de ensino. Nesse sentido, a classe dominante precisava disciplinar o povo e, nessa busca, elegeu a escola como canal disciplinador. No cenário de ensino tradicional da matemática, a escola caracteriza-se pelo ensino de técnicas que devem ser eficientemente reproduzidas. O objetivo é a memorização de algoritmos e regras para a resolução de exercícios, os quais costumam ser bastante diretivos, com comandos do tipo efetue, calcule. Considera-se que o conhecimento tem caráter cumulativo, compartimentado, e deve ser transmitido ao aluno pelo professor, o que Paulo Freire chamou de "educação bancária". Nesse contexto pedagógico, ao aluno cabe uma postura passiva, tão somente adquirindo o conhecimento transmitido pelo professor, que o ensina de forma neutra politicamente.

Para refletir

Você vê características do ensino tradicional em nossas escolas de hoje, do século XXI?

Construtivismo

Jean Piaget formulou uma teoria sobre como indivíduos constroem seu conhecimento, portanto uma teoria cognitiva, não especificamente de ensino, embora tenha sido tomada pelas concepções construtivistas de ensino como fundamento. De forma geral e essencial, o construtivismo pressupõe que o conhecimento é construído ativamente pelo sujeito via interação com os objetos, de acordo com Piaget, e por meio da interação social, segundo Vygotsky.

A ideia do construtivismo sobre o conhecimento é a de que nenhum conhecimento está pronto ou acabado; ele se constitui pela interação do indivíduo com os meios físico e social, na esfera das relações sociais, e se configura na ação do sujeito, e não por qualquer dotação prévia, bagagem hereditária ou meio, de forma que antes da ação não há consciência nem pensamento.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 1 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor ***A construção de conceitos matemáticos e a prática docente***.

Etnomatemática

O Programa Etnomatemática, segundo Ubiratan D'Ambrosio (1996), seu maior teórico, trata da influência dos fatores socioculturais no ensino e na aprendizagem de matemática. D'Ambrosio entende a matemática como uma estratégia desenvolvida pelas sociedades ao longo de sua história para explicar, entender e manejar a realidade e conviver com ela dentro de determinados contextos naturais e culturais, nos quais também se desenvolvem outras técnicas, as artes, as religiões e as ciências em geral, em um mesmo contexto temporal e espacial, que variam conforme a geografia e a história dos indivíduos e dos vários grupos culturais a que eles pertencem — famílias, tribos, sociedades, civilizações.

Em nossos estudos sobre momentos da história da matemática, vimos que o desenvolvimento dessa ciência nasce das necessidades de cada sociedade de sobreviver em seu ambiente e de transcendê-lo, espacial e temporalmente.

A implicação para o ensino sob a visão etnomatemática é a de que o currículo, o planejamento e a prática em sala de aula explorariam as ferramentas matemáticas utilizadas no contexto da comunidade em que cada escola estaria inserida. Cada grupo de alunos faria uso dessa matemática utilitária para tudo aquilo que ela fosse adequada, e, a partir desse conhecimento, concomitante a ele, haveria o estudo da matemática academicamente construída, mas somente daquela que desse conta das situações que os estudantes precisassem resolver em suas vidas de hoje, com a matemática formal e relevante para resolver os problemas atuais.

A matemática utilitária de cada grupo cultural não seria somente um princípio, pois continuaria a ser requerida para aquilo em que fosse eficiente; também não seria romantizada no sentido de tomá-la como melhor do que a matemática formal. A matemática utilitária seria explorada a todo momento e engendrada à matemática academicamente construída, relevante para os dias de hoje. Dessa forma, os estudantes trabalhariam com uma matemática mista para abordar não só os problemas de seu grupo cultural, mas também para transpor esses problemas utilizando as estratégias matemáticas mais adequadas a cada momento, fossem elas específicas de seu grupo cultural, fossem acadêmicas.

Educadores importantes, como Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrosio, enfatizam que educar é um ato político, não havendo, portanto, educação neutra, pois, quando a escola e o professor escolhem os conteúdos e as metodologias para ensinar, estão se posicionando politicamente.

Não estamos aqui falando de partidos, mas de prática educativa que analisa a realidade e utiliza a educação para entender essa realidade ambiental, sociocultural, econômica e política e agir sobre ela.

Saiba mais

Sobre educação como ato político, leia os textos de Freire e D'Ambrosio a seguir.

Segundo Freire (1972):

> Creio poder afirmar, na altura destas considerações, que toda prática educativa demanda a existência de sujeitos, um que, ensinando, aprende, outro que, aprendendo, ensina, daí o seu cunho gnosiológico; a existência de objetos, conteúdos a serem ensinados e aprendidos; envolve o uso de métodos, de técnicas, de materiais; implica, em função de seu caráter diretivo, objetivo, sonhos, utopias, ideais. Daí a sua politicidade, qualidade que tem a prática educativa de ser política, de não poder ser neutra. (FREIRE, 1972)

Segundo D’Ambrosio (1996):

> Educação é um ato político. Se algum professor julga que sua ação é politicamente neutra, não entendeu nada de sua profissão. Tudo o que fazemos, nosso comportamento, as nossas opiniões e atitudes são registradas e gravadas pelos alunos e entrarão naquele caldeirão que fará a sopa de sua consciência. Maior ou menor tempero político é nossa responsabilidade. (D’AMBROSIO, 1996, p. 85)

Para finalizar nosso breve estudo sobre **etnomatemática**, segue a explicação de Ubiratan D’Ambrosio sobre o significado do termo cunhado por ele:

> Indivíduos e povos têm, ao longo de suas existências e ao longo da história, criado e desenvolvido instrumentos de reflexão, de observação, instrumentos materiais e intelectuais [que chamo de ticas] para explicar, entender, conhecer, aprender para saber fazer [que chamo de matema] como resposta a necessidades de sobrevivência e de transcendência em diferentes ambientes naturais, sociais e culturais [que chamo etnos]. (D’AMBROSIO, 2002)

ETNO	MATEMA	TICA
A partir do contexto **sociocultural**	**entender** para **fazer**	com **instrumentos** adequados.

Você estudou nesta aula as motivações de alguns povos para construir estratégias matemáticas que dessem conta de suas necessidades e o que defendem alguns autores sobre o que deve ser ensinado de matemática e como fazê-lo.

Para refletir

E agora? Já pensou sobre que estratégias matemáticas utiliza em sua vida? E quais estratégias você ainda não conhece bem, mas que o auxiliariam bastante cotidianamente?

O conhecimento matemático serve para a vida e foi construído para tal, então, ao ensinar, procure levar essa essência a sério.

A construção do pensamento matemático e da autonomia

Neste tópico, estudaremos como ocorre a construção de conhecimentos pelas crianças, segundo a teoria de Jean Piaget, e sua relação com a autonomia dos sujeitos nesse processo, segundo Paulo Freire. Como já estudamos, a teoria de Piaget é a base da escola construtivista, bastante difundida no Brasil, embora ainda ocorram dúvidas acerca da condução da prática pedagógica à luz dessa teoria.

Piaget e a ação do sujeito sobre o objeto

Considerando a teoria piagetiana, o ensino da matemática deveria priorizar a construção dos conceitos matemáticos por meio da ação da criança em experimentação ativa, para que ela viesse a ter condições de, posteriormente, formalizar a aquisição desses conceitos, representando-os por sinais operatórios. Nesse sentido, o professor precisa diferenciar a experiência física da experiência lógico-matemática para oportunizar aos alunos situações adequadas a seus objetivos de ensino.

- **Experiência física:** da experiência física, (somente) decorrem abstrações simples sobre as propriedades físicas do objeto que sofre a ação, momento em que ocorre a assimilação do objeto às estruturas cognitivas da inteligência, até então, construídas pela criança.

A criança agindo sobre um celular, por exemplo, reconhece que ele é duro e liso, que a imagem se altera quando ela passa os dedos, que ele faz barulho — momento em que ocorre a assimilação do objeto celular às estruturas cognitivas da inteligência que a criança já possuía.

• **Experiência lógico-matemática:** da experiência lógico-matemática, decorrem abstrações reflexivas, construídas pela mente da criança ao criar relacionamentos entre vários objetos e coordenar essas relações entre si.

A percepção de que os objetos possuem as mesmas formas, cor, espessura, enfim, que eles têm propriedades iguais ou distintas, faz parte de uma experiência lógico-matemática que, segundo Piaget, denota a abstração reflexiva. O pesquisador defende que a construção do conhecimento se estabelece por meio dos processos de assimilação e acomodação.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 1 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor **A construção de conceitos matemáticos e a prática docente** (cap. 1, seção 2).

O que são processos de **assimilação** e **acomodação**?

A **assimilação** é o processo cognitivo pelo qual o indivíduo integra (classifica) um novo dado gerado pela percepção às estruturas cognitivas prévias, ou seja, quando a criança tem novas experiências, ela tenta adaptar esses novos estímulos às estruturas cognitivas que já possui.

Exemplo

Imagine que uma criança esteja aprendendo a reconhecer formas geométricas e, até o momento, a única forma que ela conhece e tem organizada esquematicamente seja o quadrado. Em outras palavras, a criança possui em sua estrutura cognitiva um esquema* de quadrado. Quando outra forma geométrica semelhante ao quadrado é apresentada a essa criança, como um cubo, ela também o tem como quadrado. Nesse caso, ocorre um processo de assimilação, ou seja, a similaridade observada pelo mesmo formato de faces entre quadrado e cubo (apesar de um ser plano, e o outro, espacial) faz com que um cubo passe por um quadrado devido às proximidades dos estímulos e à pouca variedade e qualidade dos esquemas acumulados pela criança até o momento.

* Esquemas são estruturas mentais, ou cognitivas, pelas quais os indivíduos intelectualmente se adaptam e organizam o meio.

A diferenciação do quadrado para o cubo deverá ocorrer por um processo chamado de **acomodação**, ou seja, a criança apontará para o cubo e dirá quadrado. Se um adulto intervier dizendo: "Não, aquilo não é um quadrado, é um cubo", essa correção poderá provocar um desequilíbrio, e, em resposta a ele, poderá ser desencadeado um processo de **acomodação** a uma nova estrutura cognitiva, o esquema de cubo, na inteligência da criança. Essa criança passará a ter um esquema para o conceito de quadrado e outro para o conceito de cubo.

A **acomodação** é toda modificação dos esquemas de assimilação sob a influência de estímulos exteriores (meio). Ela ocorre no momento em que a criança não assimila um novo estímulo porque não possui uma estrutura cognitiva (esquema) que assimile o novo dado, e, diante desse conflito, ou a criança cria um esquema, ou modifica um esquema existente, implicando uma mudança em sua estrutura cognitiva. Estabelecida a acomodação, a criança pode tentar assimilar o estímulo novamente, e, uma vez modificada a estrutura cognitiva, o estímulo é prontamente assimilado.

O conhecimento se apresenta como uma construção em que são essenciais a maturação e a experiência do indivíduo, controladas por um mecanismo interno, que Piaget chama de **equilibração**, um processo autorregulador que busca compensar as perturbações exteriores que geram o desequilíbrio interno. O resultado de cada reequilibração não é a volta ao equilíbrio anterior, mas a um novo estado qualitativo.

A acomodação está associada ao desenvolvimento (mudança qualitativa), e a assimilação, ao crescimento (mudança quantitativa); juntos explicam a adaptação intelectual e o desenvolvimento das estruturas cognitivas pela equilibração.

Estágios de desenvolvimento

Piaget classificou o desenvolvimento da criança em etapas, descrevendo-as em quatro estágios, expostos no quadro a seguir:

Estágio	Idades	Características
Sensório-motor	Até dois anos	Bebês são egocêntricos e passam a administrar seus reflexos básicos para que gerem ações prazerosas ou vantajosas. Desenvolvem a percepção de si mesmos e dos objetos à sua volta.
Pré-operatório	De dois a sete anos	Desenvolvimento da linguagem e da representação do mundo por meio de símbolos. Criança ainda egocêntrica, não é capaz, moralmente, de se colocar no lugar de outra pessoa.
Operatório-concreto	De sete a 12 anos	Criança desenvolve a noção de reversibilidade das ações. Surge a lógica nos processos mentais e a habilidade de discriminar os objetos por similaridades e diferenças. Pode dominar conceitos de tempo e número.
Operatório lógico-formal	De 12 a 16 anos	Desenvolvimento do pensamento lógico e dedutivo, possibilitando a experimentação mental, ou seja, é capaz de relacionar conceitos abstratos e raciocinar sobre hipóteses.

Fonte: Elaborado pela autora (2019).

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 1 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor **Desafios e perspectivas para o ensino da matemática**.

Até aqui, abordamos os conceitos básicos da teoria piagetiana. Nosso foco, a partir de agora, é entender a importância da autonomia dos estudantes no processo de aprendizagem da matemática conforme Piaget e Paulo Freire.

Paulo Freire e a autonomia

No livro **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática pedagógica**, de 1996, Freire descreve uma pedagogia fundada na ética, no respeito à dignidade e à própria autonomia do educando. Para além de um conceito de autonomia que se limita à ideia de independência, trata-se de uma concepção de cunho político, crítico.

Freire coloca que ao professor cabe saber que deve respeito à autonomia, à dignidade e à identidade do educando e, na prática, procurar a coerência com esse saber. Além disso, ele entende a autonomia como processo de vir a ser, dessa forma é necessário que os estudantes sejam estimulados a experiências de ensino que promovam a tomada de decisão e a responsabilidade, já que dificilmente alguém se torna autônomo de um dia para outro — a autonomia é gerada por meio de experiências que devem ser vivenciadas, também, na escola.

Quando fala em respeito à dignidade e à identidade do aluno, Freire se refere também:

- À consideração e à exploração dos saberes que esse educando carrega consigo para o ensino formal.
- Ao que pode estimular a curiosidade dos alunos por seu próprio saber e, também, pelo conhecimento formalmente constituído não para superar seu saber prévio, mas para refletir sobre os dois tipos de conhecimentos e sua relevância.

Paulo Freire afirma que, sem autonomia no processo de aprendizagem, o ensino se torna inautêntico, um verdadeiro palavreado vazio e inoperante.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 1 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre a história da flor vermelha de cabo verde.

Na obra de Piaget, a autonomia do sujeito no processo de aprendizagem é colocada pelo viés da cognição. Nela, a importância da identidade sociocultural não é enfatizada, no entanto não há negação por parte de Freire ao que sustenta a teoria piagetiana. De todo modo, a questão da autonomia é fundamental para o ensino, inclusive da matemática.

Exemplo

Você pode não ter sido estimulado a uma postura autônoma ao longo de sua vivência escolar, mas você leva para o mercado, ou loja, por exemplo, um papel para fazer contas do tipo:

Sua compra deu um total de R$ 280,47, e você entregou R$ 300,00 ao funcionário do caixa. Qual deve ser seu troco?

Talvez você não faça a conta exata, afinal cada um de nós tem sua noção do erro admissível para cada situação matemática que vivemos, mas, certamente, quase todos os estudantes de nível universitário, como você, estimariam pouco menos de R$ 20,00 de troco.

Agora, imagine uma classe de jovens e adultos para os quais essa mesma situação seja cotidiana. Essas pessoas provavelmente resolvem o problema do troco rapidamente, sem nunca ter aprendido a "armar a conta com decimais, com vírgula embaixo de vírgula", para, então, fazer o cálculo.

Respeitar a autonomia, a identidade e a dignidade do educando implica uma prática pedagógica que explore o conhecimento que ele já tem, trabalhando situações em que esse conhecimento seja adequado e eficiente. Além disso, propõe situações em que esse aluno, de forma ainda autônoma, precise de outras estruturas cognitivas para acomodar um novo conhecimento que se tornou significativo no momento em que seus esquemas não deram conta de assimilá-lo. Assim, o estímulo fará com que ele busque o equilíbrio novamente. É bastante provável que uma lista de contas sem significado não estimule essa busca.

Cabe ao professor conhecer sua turma e os conhecimentos relevantes para a vida de seus alunos hoje e para que desenvolvam competências matemáticas importantes para atuar em um mundo no qual a informação está disponível para quase todos, de forma crítica e autônoma.

Não há receita! Caberá a você, futuro professor, em cada contexto sociocultural, etário, econômico ou geográfico, selecionar os conteúdos a serem trabalhados com maior ou menor ênfase, considerando as estratégias de ensino adequadas, de tal modo que sua prática contribua para a formação de cidadãos autônomos em todas as áreas de suas vidas.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 1 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor **Desafios e perspectivas para o ensino da matemática** (cap. 4, p. 94).

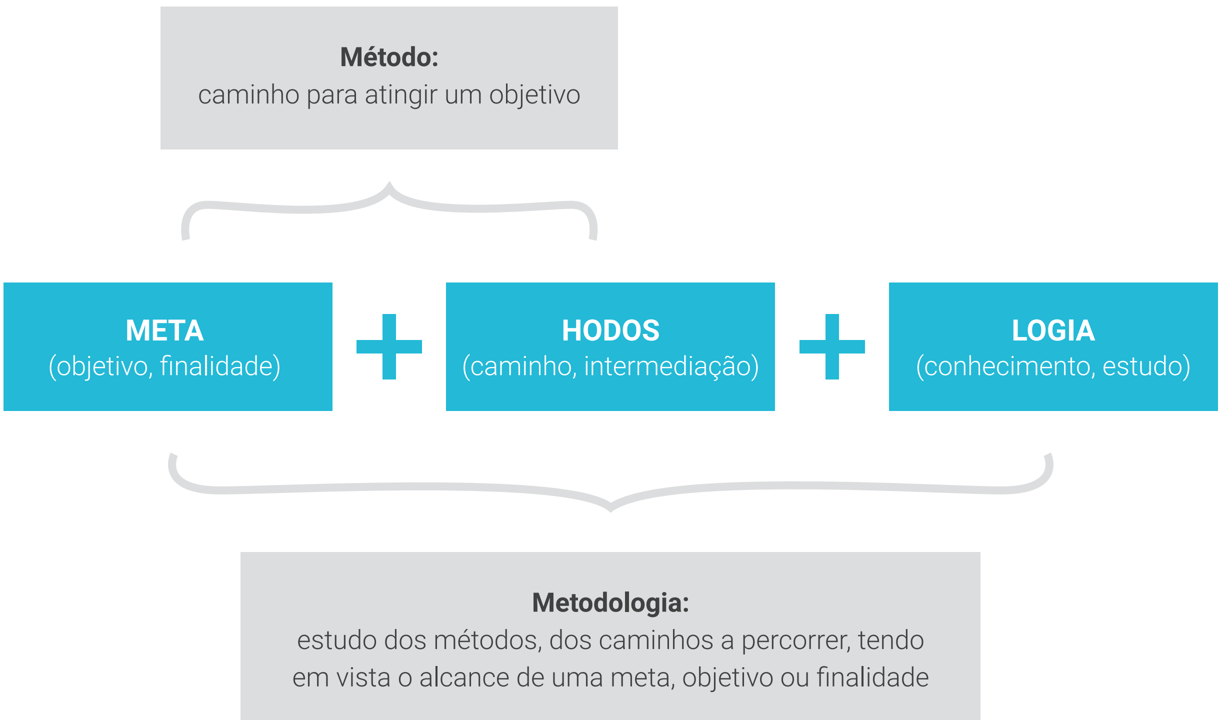
Estratégias para o ensino da matemática

Neste tópico, você estudará conceitos de metodologia, métodos e estratégias de ensino com o objetivo de estruturar suas concepções pedagógicas, as quais podem balizar o planejamento de seu trabalho em sala de aula, ao mesmo tempo em que exploraremos alguns recursos para o ensino da matemática.

Os conceitos de “método” e “metodologia” **adotados no decurso de nossa disciplina** serão os seguintes:

Metodologia

Analisando a etimologia da palavra, de origem grega, *methodos*, que significa:



Portanto, metodologia do ensino pode ser entendida como o estudo dos diferentes caminhos planejados e vivenciados pelos professores para orientar o processo de ensino, devido a certos objetivos ou fins educativos e de formação.

A metodologia desenvolvida por uma escola, ou professor, repousará certamente sobre suas concepções de educação, sociedade, cultura, economia e política.

Dica

O **conceito de método** está dentro do de metodologia já exposto, ou seja, "caminho para atingir um objetivo". Podemos também nos referir a método como estratégias de ensino.

O que são recursos de ensino?

Recursos de ensino/didáticos são entendidos aqui como componentes do ambiente de ensino que auxiliam na estimulação do aluno para a aprendizagem. Eles podem ser materiais manipuláveis ou não, digitais, situações-problema, filmes, livros, seminários, notícia de jornal ou de internet, smartphones, visita a um museu, enfim, tudo o que possa contribuir para o processo de aprendizagem adequado aos métodos escolhidos e dentro da metodologia desenvolvida pelo professor/escola.

Importante

Antes de entendermos melhor esses três conceitos — método, metodologia e recurso de ensino —, é necessário perceber que estamos adotando-os como válidos para o estudo específico dos conteúdos de **Metodologia do Ensino da Matemática**, e não como verdades absolutas e universais. Diferentes autores podem apresentar esses conceitos de formas distintas, o que é bastante comum no mundo acadêmico-científico. Ao longo de sua graduação em Pedagogia, você terá a oportunidade de estudar um número bastante grande de autores e suas ideias tratando de ensino, filosofia da educação, psicologia da educação, matemática, geografia, história, biologia, tecnologias e outros assuntos. Durante esse período, você construirá suas próprias concepções acerca do que venham a ser educação, ensino e aprendizagem.

Exemplo

Um professor de matemática defende que ensinar é transmitir conteúdos por meio de explicações expositivas no quadro e que deve reforçar a aprendizagem dos conteúdos por meio de listas de exercícios baseados nos comandos "calcule" ou "efetue".

Analisando:

Metodologia adotada: tradicional (ensinar é transmitir conteúdos).
Método: explicações expositivas.
Recursos de ensino: quadro, caneta, listas de exercícios.

Cabe salientar que se esse mesmo professor lecionasse em um laboratório de informática ou realizasse uma visita a um museu interativo de ciências, se ainda conservasse sua concepção tradicional de educação, não estaria adotando outra metodologia, construtivista ou sociocrítica, tão somente por variar os recursos de ensino.

Um professor não será considerado construtivista, por exemplo, pelo fato de utilizar material concreto em suas aulas, nem porque seus alunos agem sobre esses objetos, pois o material manipulável também pode servir a uma metodologia tradicional e fazer parte, como recurso, de seu método. Tudo dependerá de como o professor orientará a aprendizagem dos alunos, o que decorre diretamente de sua concepção de educação, a qual implica desenvolvimento de determinada metodologia.

Alguns recursos para o ensino da matemática

É importante que você (re)conheça alguns recursos que poderão contribuir para o ensino de matemática e a aprendizagem de seus futuros alunos. Os tópicos a seguir apresentam alguns recursos, já bastante utilizados nas escolas, suas características e os conteúdos que podem ser explorados com cada material. Nesse momento, o objetivo é somente o de apresentar os recursos — exemplos de sua utilização serão registrados ao estudarmos os conteúdos das próximas unidades.

Jogos

A ideia do jogo como recurso de ensino considera, em primeiro lugar, que a criança aprende brincando, e não há nada mais sério para a criança do que o brincar. À luz da teoria piagetiana, o momento do jogo é ação sobre objetos, quando podem ocorrer tanto a assimilação de dados como a acomodação de novas informações a novas estruturas da inteligência da criança, que foi estimulada pelas situações conflitantes presentes no jogo.

MIDIATECA

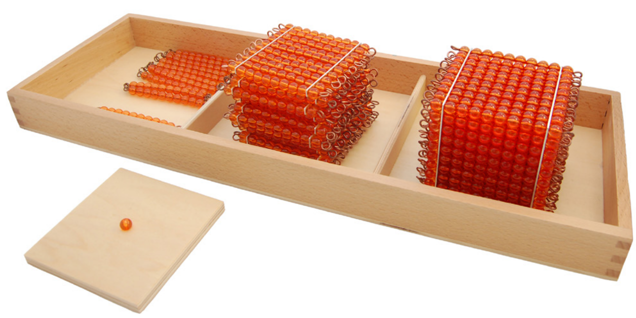
Acesse a midiateca da Unidade 1 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre a construção de noções lógicas e aritméticas.

Material dourado (material estruturado)

O material dourado foi concebido por Maria Montessori, médica psiquiatra, que desenvolveu o material, originalmente, como recurso para aplicação de seu método de trabalho com crianças especiais. O material é composto por peças de madeira. São elas:

- Cubinhos.
- Barras (formadas por 10 cubinhos).
- Placas (formadas por 10 barras).
- Cubo (formado por 10 placas).

Atualmente, existem conjuntos de material dourado fabricados em outros materiais.



O material dourado pode ser utilizado tanto na construção dos conceitos de número e sistema decimal como para a realização de operações matemáticas de forma que a criança entenda o significado dos cálculos.

Para refletir

Há críticas quanto ao uso desse e de outros materiais manipuláveis associadas ao fato de que nosso sistema é posicional, o que não é explorado por meio do recurso, pois, mesmo que os alunos registrem corretamente as unidades e as dezenas e obtenham o resultado correto para uma soma ou subtração, nem sempre os estudantes entendem os modos convencionais de resolução. Isso porque nosso sistema de numeração é posicional, ou seja, representamos as potências da base por meio da posição dos números.

Réguas de Cuisenaire (material estruturado)

As réguas de Cuisenaire, ou material de Cuisenaire, foram criação do professor belga Èmile-Georges Cuisenaire Hottelet (1891-1980) para o estudo de conceitos básicos de matemática.

Fabricado, originalmente, em madeira, o Cuisenaire é constituído por prismas quadrangulares com alturas múltiplas à altura do cubo — representante do número 1 — em 10 cores diferentes e 10 alturas proporcionais. A menor das barras mede 1 cm, e a maior tem 10 cm. A ilustração, a seguir, apresenta as cores e a correspondência com os números naturais das réguas de Cuisenaire:

O material de Cuisenaire pode ser usado para explorar conceitos de número, operações e frações, formas e medidas, entre outros.

Blocos lógicos (material estruturado)

Os blocos lógicos foram criados na década de 1950 pelo matemático húngaro Zoltán Pál Dienes (1916-2014) e eles foram aplicados por Vygotsky em sua pesquisa sobre como a criança constrói conceitos básicos de matemática.

O material pode ser usado como instrumento de ensino desde o desenvolvimento das primeiras operações lógicas de correspondência e classificação, assim como para o estudo de formas, frações e medidas.

Um conjunto de blocos lógicos contém 48 peças divididas em:

a) Três cores (amarelo, azul e vermelho).
b) Quatro formas (círculo, quadrado, triângulo e retângulo).
c) Dois tamanhos (grande e pequeno).
d) Duas espessuras (fino e grosso).

Materiais não estruturados

Use a criatividade! Os materiais não estruturados são os objetos comuns do cotidiano quando em uso pelo professor na prática pedagógica. Podem ser grãos de feijão, palitos de picolé, embalagens de papelão, folha de papel, lápis, cordão, bolas de gude, dados, baralho, tampinhas de garrafa, cordões, entre outros. Você pode usar latas de leite, garrafas e outros para explorar conceitos associados a medidas de capacidade, como o litro, por exemplo.

Não há limites, nem quanto ao tipo de material nem ao conteúdo a ser explorado com esses objetos.

Resolução de problemas

A resolução de problemas é entendida por alguns autores como metodologia, embora seja ao mesmo tempo entendida como método e recurso de ensino. Se o foco é resolver problemas, vamos definir primeiramente o que é um.

Conforme Lester (1982 apud DANTE, 2010, p. 12), o problema é uma situação que um indivíduo ou grupo precisa resolver e para o qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução.

Resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Se o fim por si só não sugere os meios, se por isso temos que procurá-los refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos um problema (POLYA, 1977).

Exemplo

Baseando-se nesses conceitos, observe a seguinte situação:

Uma professora propõe um problema para sua turma.
Ana tem dois lápis e Cristiane tem quatro lápis. Quantos lápis elas têm juntas?

Se os alunos já souberem somar, farão a conta 2 + 4, e essa situação não chegará a ser um problema para eles, e sim um simples exercício de fixação.

Como qualquer recurso de ensino, a resolução de problemas pode atender também aos interesses da escola tradicional, na medida em que pode ser proposta como mero exercício de fixação de conteúdos. Uma prática pedagógica de qualidade, utilizando resolução de problemas, estará associada à concepção de educação e à visão de mundo do educador, o que implica escolhas metodológicas, as quais orientam seu planejamento e a prática de ensino no sentido de propor situações que desafiem seus alunos a construir novos conhecimentos no percurso da resolução dos problemas.

NA PRÁTICA

O trabalho do professor transcende o ato de ensinar; ele se constitui do aprender para ensinar e do aprender ensinando, não somente em sala de aula, mas em suas vivências e nas de seus alunos, e, nesse sentido, é necessário que o professor desenvolva competências que o habilitem a selecionar adequadamente os conteúdos que contribuirão para a construção de autonomia e conhecimento matemático de seus alunos. Para tal, você estudou um pouco da construção histórica do conhecimento matemático, algumas ideias do campo da educação e sobre como selecionar conteúdos e recursos relevantes para a vida atual e futura dos alunos.

Resumo da Unidade 1

Nesta unidade, estudamos alguns momentos da construção histórica do conhecimento matemático para refletir sobre a relevância da matemática ensinada nas escolas da atualidade, já que podemos observar que, ao longo da história, a matemática surgiu a partir das necessidades das sociedades de atender às suas próprias demandas.

A matemática forjada em cada grupo sociocultural, portanto, deve ser explorada na escola e pode sustentar a construção de novos conhecimentos academicamente construídos.

A relação entre autonomia e construção de conhecimento pode ser observada a partir de ideias situadas nos estudos de Jean Piaget e Paulo Freire, e, nesse sentido, o planejamento da prática pedagógica deve contemplar situações de ensino que contribuam para a construção do conhecimento matemático ao mesmo tempo em que desenvolvam autonomia, explorando o conhecimento que os alunos possuem e aqueles que são relevantes para suas vidas como cidadãos autônomos e críticos, respeitosos com a sociedade e o meio ambiente.

Tal planejamento dependerá do perfil do educador, forjado ao longo de seus estudos, de sua prática e suas vivências.

CONCEITO

Nesta unidade, destacaram-se as ideias de conteúdo matemático relevante, estratégias e recursos de ensino, autonomia e construção do conhecimento.

Referências

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática:** da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996. p. 85.

______. **Etnomatemática:** elo entre as tradições e a modernidade. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas em matemática:** teoria e prática. São Paulo: Ática, 2010. cap. 1, p. 11-17; cap. 2, p. 18-23.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1972.

GUIMARÃES, K. P. **Desafios e perspectivas para o ensino da matemática**. Curitiba: Intersaberes, 2012. cap. 4, p. 94. Biblioteca Virtual.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.

______. **Educação matemática crítica:** a questão da democracia. 6. ed. Campinas: Papirus, 2013.

SANTOS, G. T.; GESSINGER, R. M.; OLIVEIRA FILHO, V. H. A percepção dos professores que ensinam matemática sobre os processos de ensino e aprendizagem. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/188206/001084652.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 1º jun. 2019.

UNIDADE 2

O conceito de número e as operações

INTRODUÇÃO

Nesta unidade vamos estudar como são estabelecidas na criança a construção do conceito de número e a compreensão do sistema de base decimal e das operações com números naturais a partir de reflexões sobre a teoria de Piaget e estudos sobre educação matemática, em confronto com a atual BNCC. Os estudos desenvolvidos até aqui proporcionarão tanto o entendimento dos processos citados quanto escolhas didáticas mais adequadas, no sentido de melhor mediar a construção dos conceitos de número, sistema de numeração e operações.

OBJETIVO

Nesta unidade, você será capaz de:

• Descrever os processos da construção do conceito de número e sistema de numeração decimal com auxílio de materiais de manipulação.

A construção do conceito de número e sistema de numeração decimal

Conforme Piaget e Szeminska (1981), a criança constrói a capacidade de contar de forma correta interior e progressivamente, e essa capacidade somente estará consolidada quando ela conseguir coordenar várias ações sobre os objetos (classificação, seriação, correspondência biunívoca, entre outras), com o objetivo de quantificá-los. Ter memorizado a sequência de palavras utilizadas na contagem não significa que a criança já tenha construído a estrutura de número.

O número resulta da síntese original da classificação e da seriação, que, de acordo com a sistematização de Rangel (1992), se dá ao:

- Juntar os objetos a serem contados, separados dos que não serão contados (classificação).
- Ordenar os objetos para que todos sejam contados e somente uma vez (seriação).
- Ordenar os nomes aprendidos para a enumeração dos objetos, utilizando-os na sucessão convencional, não esquecendo nomes nem empregando o mesmo nome mais de uma vez.
- Estabelecer a correspondência biunívoca e recíproca nome/objeto.
- Entender que a quantidade total de elementos de uma coleção pode ser expressa por um único nome.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 2 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor ***Infográfico: construção do número.***

De forma geral, a contagem se estabelece em torno dos seis ou sete anos e, portanto, torna-se o meio mais utilizado por crianças para a determinação de quantidades.

Para quantidades pequenas, a comparação por meio da percepção visual ou a correspondência um a um, sem contagem, ainda é adequada. Por outro lado, à medida que as quantidades crescem, a utilidade do instrumento "contagem" fica evidenciada.

O processo de contagem inicia-se geralmente no ambiente familiar, na interação com o meio, e é enfocada na escola, tornando-se uma ferramenta privilegiada na comparação e quantificação de coleções.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 2 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor ***A história dos números.***

Natureza do número

Para Piaget, os conhecimentos são diferenciados, considerando suas fontes básicas e o modo de estruturação, em três tipos:

- **Conhecimento físico**
  O conhecimento físico é parcialmente externo ao indivíduo.
  O conhecimento físico do objeto parte da experiência física, da qual a criança assimila as propriedades do objeto (externo – abstração simples).

- **Conhecimento lógico-matemático**
  Diferentemente do conhecimento físico, a fonte do conhecimento lógico-matemático é interna. No momento em que a criança estabelece comparação entre as propriedades dos objetos, ela está tendo uma experiência lógico-matemática, por meio de abstração reflexiva.

- **Conhecimento social (convencional)**
  O conhecimento social é construído na relação familiar e em outros ambientes que a criança frequenta, nos quais ela entra em contato com números que representam diversas grandezas, como um

canal de TV, idades, andares de prédios, lugar que ocupa em jogo de amarelinha (ou sapata), entre outros. Assim, a criança já tem um conhecimento acerca de números que precede seu ingresso na escola.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 2 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre os três tipos de conhecimento defendidos por Piaget.

Conservação do número

O princípio da conservação do número, ou da quantidade numérica, estabelece-se quando a criança se torna capaz de compreender que as quantidades permanecem inalteradas, independentemente do espaço que ocupam. Segundo Kamii (1989):

> Muitas crianças de 4 anos podem enfileirar tantos pedaços de isopor quanto os que a professora colocou numa fileira. Contudo, quando sua fileira está esparramada, ficando mais comprida que a da professora, muitas delas acreditam que agora elas têm mais do que a professora. (KAMII, 1989, p. 7)

Importante

Implicações pedagógicas

Crianças de seis ou sete anos podem necessitar de uma melhor estruturação do seu conhecimento sobre números iniciais, mas explorar somente um desses números, a cada dia de aula, pode motivar crianças de dois a quatro anos, contudo pode não estimular alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. Como alternativa, podem-se propor atividades lúdico-didáticas e exploração de situações do cotidiano que levarão as crianças a consolidarem seu conhecimento sobre números diversos de forma mais desafiadora e divertida.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 2 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre conservação do número.

Sistema de numeração decimal

O sistema de numeração decimal é a linguagem matemática que utilizamos cotidianamente para expressar, por exemplo, quantidades, relações, medidas, posições, formas, espaços. O sistema de numeração decimal é uma linguagem estruturada, organizada e formalizada que precisa ser compreendida pela criança durante a escolarização. Nesse sentido, nos anos iniciais do ensino fundamental é um conteúdo fundamental para a aprendizagem da matemática. No contexto da escolarização, temos, por exemplo:

- **Primeiro ano do ensino fundamental**
  As crianças de seis ou sete anos, do primeiro ano do ensino fundamental, ainda não lidam com valores simbólicos, como o do dinheiro, por exemplo. Nessa fase, mesmo já tendo contato com dinheiro, podem entender que duas moedas de um real valem mais do que uma nota de dois reais. Nesse período, espera-se que quantifiquem e numerizem quantidades de um a nove e, progressivamente, até 20 ou 30. Esses alunos ainda estão desenvolvendo a capacidade de conservação do número e, para isso, é muito importante que a escola proporcione experiências com números, como por meio de jogos, histórias infantis e brincadeiras que relacionem quantidades e números.

- **Segundo ano do ensino fundamental**
  No segundo ano, o trabalho deve envolver o sistema de numeração decimal, que reúne elementos em grupos de potências de base 10 (10, 100, 1000 e assim por diante). Além disso, nosso sistema de numeração é posicional, ou seja, dependendo do lugar que o algarismo ocupa no número, terá um valor relativo diferente. Por exemplo, no número 25, o algarismo 2 está representando duas dezenas, e o 5 representa cinco unidades. Sabemos disso em função do lugar que os algarismos 2 e 5 ocupam no número 25.

Segundo Bertoni (2007), pesquisas têm mostrado como a criança se localiza progressivamente no nosso sistema de numeração, apoiada fortemente no conhecimento social do número e nas interpretações que estabelece. Nesse sentido, o uso de material manipulativo pode ser considerado mais como um recurso de apoio do que como principal recurso para construção do conhecimento acerca do valor posicional. Diferentemente do ensino tradicional do valor posicional, a proposta é o desenvolvimento de atividades socialmente significativas que contribuam para que a criança perceba como se estabelece a associação de quantidades à representação numérica. Ainda conforme Bertoni (2007):

> As crianças aprendem rapidamente a contar de dez em dez, seja pela contagem de notas de dez, seja pela contagem dos dedos nas duas mãos espalmadas, a cada vez que são balançadas, assim como pela forte presença desses números no contexto familiar e social. O professor deverá prover situações desafiadoras que levem o aluno às primeiras percepções da articulação dos componentes de uma quantidade com sua escrita. (BERTONI, 2007, p. 22-23)

Quando o processo de ensino-aprendizagem considera o estágio de desenvolvimento cognitivo da criança, seu contexto e suas vivências com o conceito de número, há mais chances de se consolidar como conhecimento apreendido e passível de ser mobilizado para quaisquer situações que a criança experiencie. Nesse sentido, considerar esses fatores deve ser tarefa do professor no planejamento das aulas.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 2 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre experiências que identificam a conservação das quantidades.

As operações

Neste tópico você estudará sobre as quatro operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Interessa especialmente como a criança constrói os processos dessas operações e maneiras adequadas de auxiliá-la na aprendizagem.

Segundo Piaget e Szeminska (1981), durante o estágio operatório-concreto, na faixa etária dos seis aos 12 anos, caracterizada como uma fase de transição entre a ação e as estruturas lógicas mais gerais, temos duas ordens de operações: as operações lógico-matemáticas e as operações infralógicas.

- **Operações infralógicas**
  Contemplam a conservação física de peso, volume e substância, bem como a formação do espaço, que envolve a conservação de comprimentos, horizontais e verticais, perímetro, superfície e a constituição do tempo e do movimento (coordenação entre tempo e velocidade).

- **Operações lógicas**
  Possuem como referência as operações lógico-matemáticas. As principais aquisições cognitivas matemáticas ocorridas no período operatório-concreto são a classificação e a seriação, e, em seguida, ocorrem a multiplicação lógica e a compensação simples.

As crianças dos anos iniciais do ensino fundamental encontram-se, de forma geral, no estágio das operações concretas, portanto com estruturas infralógicas e lógicas em desenvolvimento.

As operações matemáticas são transformações que podem ser desfeitas. Analisando essas duas palavras, temos:

OPERAÇÃO = OPERAR + AÇÃO
TRANSFORMAÇÃO = TRANSFORMAR + AÇÃO

Vemos que, sem ação, não ocorre transformação nem operação. No caso das crianças, construir o conhecimento acerca das operações matemáticas significa apreender as distintas ações envolvidas ao brincar com elas, ao vivenciá-las. A compreensão das operações ocorre na experiência de transformação e operação, considerando-se os níveis progressivos de desenvolvimento da criança.

Adição e subtração

O algoritmo da adição: por que “vai um”?

A resolução de problemas por meio de estratégias de contagem e por decomposição de quantidades permite à criança estabelecer relações numéricas, atribuindo significado às operações, o que será sempre muito útil em cálculos mentais executados no cotidiano. Por outro lado, a escola deve oportunizar aos alunos o conhecimento de um recurso a mais na solução de situações que são resolvidas por uma adição e/ou subtração: a construção, com compreensão, dos algoritmos sistematizados dessas operações, de onde, então, surge o “vai um”, que, na verdade, significa, por exemplo, “vai uma dezena para a posição relativa correspondente no número”, ou seja, em 25 + 17, temos:

$$\begin{array}{r} \overset{1}{2}\;5 \\ +\,1\;7 \\ \hline 4\;2 \end{array} \quad \text{que corresponde ao processo} \quad \begin{array}{crcrl} & \overset{10}{20} & + & 5 & \\ + & 10 & + & 7 & (5 + 7 = 12) \\ \hline & 40 & + & 2 & \end{array}$$

ou 4 dezenas e 2 unidades = 42

Depois de consolidado o conhecimento acerca da construção do algoritmo, é possível que as crianças associem o “vai um” diretamente a “vai uma dezena”, ou “vão 10”, por exemplo, o que reflete a compreensão total do procedimento de adição formal. Cabe ressaltar que utilizar recursos como materiais estruturados ou não estruturados durante a realização dos cálculos contribui para a compreensão do processo de adição e, quanto mais associado a situações da vida cotidiana da criança, mais significativa será a aprendizagem da adição e de outras operações básicas.

O algoritmo da subtração: o que é “pedir emprestado”?

Bertoni (2007) defende que o algoritmo da subtração usualmente ensinado não corresponde ao pensamento intuitivo e às estratégias próprias das crianças e que elas tendem a operar de um modo cuja lógica é mais simples do que a do algoritmo usual. Em função disso, não considera adequado o algoritmo adotado pelas escolas e defende a utilização, pelo menos nos anos iniciais da escolaridade, de outras estratégias de cálculo mais próximas do pensamento infantil.

No algoritmo da subtração, a operação ocorre por colunas (começando da última coluna à direita – unidades), retirando do número de cima, em cada coluna, o número que está indicado embaixo, na mesma coluna (posição relativa do algarismo no número). Se, em determinada coluna, o número de cima é menor que o correspondente de baixo, procede-se ao recurso chamado de “pede emprestado”.

$$\begin{array}{rrr} 6 & \overset{7}{\cancel{8}} & {}^{1}4 \\ -2 & 5 & 7 \\ \hline 4 & 2 & 7 \end{array}$$

A partir de pesquisas com participação de mais de 500 crianças, Bertoni (2007) observou que crianças que ainda não aprenderam o algoritmo da subtração não o adotam espontaneamente. No exemplo anterior,

> Quando percebem que da unidade 4 não podem tirar 7 (obtendo como resultado um número natural), elas manifestam, habitualmente, dois procedimentos:
>
> 1) Pegam em material concreto, ou imaginam mentalmente tomar uma das dezenas do 8 e, dessa dezena, retiram prontamente os 7 que devem retirar (restando 3).
>
> 2) Pegam em material concreto, ou imaginam mentalmente tomar uma das dezenas do 8 e, dessa dezena, retiram apenas as unidades que estão faltando para poder dar 7. No caso, como já têm 4 e precisam dar 7, pegam da dezena “emprestada” apenas 3 (restando 7).

Nos dois procedimentos as crianças não juntam a dezena tomada com as unidades, para, então, fazer a retirada necessária. Os procedimentos das crianças podem ser considerados mais lógicos com relação à praticidade e são mais próximos de estratégias de cálculo mental utilizadas por muitos adultos.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 2 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre conversas sobre números, ações e operações.

No algoritmo da subtração pede-se emprestado ao valor relativo imediatamente superior, ou seja, quando ocorre o “empréstimo”, é de uma dezena, centena etc., mas não é porque esse 1 “encosta” no algarismo que está “precisando” que ele vira outro valor. Acompanhe o cálculo realizado usando o algoritmo da subtração:

	Centenas	Dezenas	Unidades
	$\overset{1}{\cancel{2}}$	${}^{1}2$	8
–	1	7	6
	0	5	2

• **Na coluna das unidades:** 8 – 6 = 2 (não precisou pedir emprestado).
• **Na coluna das dezenas:** 2 – 7 (como não dá para tirar 7 de 2, então “pede emprestado” 1, uma centena! Na verdade, o cálculo será de 120 – 70 = 50 e, como estamos operando na coluna das dezenas, por causa desse valor posicional, só precisamos escrever 5, que vale 50. Veja que o cálculo não é 12 – 7, na verdade é 120 – 50.
• **Na coluna das centenas:** 1 – 1 = 0 (não precisou pedir emprestado, pois é possível diminuir 100 – 100).

O algoritmo da subtração causa muitas dúvidas e até mesmo rejeição a esse modo de operar, em função de ser bastante distinto das formas de cálculo utilizadas pelas crianças, que compreendem os conceitos de número e sistema de numeração decimal e aplicam esses conhecimentos nas operações de subtração.

Considere sempre que crianças no início da escolarização operam sobre objetos e, por isso, é importante explorar atividades envolvendo situações e materiais concretos. Não peça que façam “contas de nada”, porque isso é bastante abstrato; e, por outro lado, ofereça materiais manipuláveis, estruturados ou não estruturados, jogos, objetos de aprendizagem, softwares educacionais, enfim, escolha situações e materiais adequados ao contexto de sua turma e à etapa do desenvolvimento cognitivo em que se encontram. Planeje!

Multiplicação e divisão

Uma das abordagens usuais da multiplicação é a relacionada com a adição. Nesse caso, a multiplicação é apresentada como um caso particular da adição porque as parcelas envolvidas são todas iguais. Por exemplo:

- Tenho que comer três frutas por dia, durante cinco dias. Quantas frutas preciso comprar?
  A essa situação associa-se a escrita 5 x 3, na qual o "3" (multiplicando) é interpretado como o número que se repete, e o "5" (multiplicador), como o número que indica a quantidade de repetições. Ou seja, a multiplicação representa uma forma abreviada da escrita 3 + 3 + 3 + 3 + 3.

Distinguir o valor que se repete do número de repetições é um aspecto importante para a resolução de situações desse tipo. Nesse exemplo, não se pode tomar o número de frutas pelo número de dias. Por outro lado, essa abordagem não contempla várias outras situações relacionadas à multiplicação, mas apenas aquelas associadas à adição. Além disso, ela pode provocar dúvida em relação à comutatividade da multiplicação. Embora, matematicamente, a x b = b x a, no contexto de situações como a que foi analisada (das frutas) essa relação não é verdadeira. Assim como no caso da adição e da subtração, é importante que se explorem a multiplicação e a divisão ao mesmo tempo, por meio de situações distintas que requeiram essas operações.

Algoritmo da multiplicação: porque deixar um "espaço em branco"?

No algoritmo da multiplicação, os fatores são posicionados da direita para a esquerda, de forma que as unidades, as dezenas, as centenas etc. fiquem sempre na mesma posição.

Passo a passo:

- Multiplique o algarismo das unidades do fator inferior por cada um dos algarismos do superior e utilize o sistema de "vai um" quando o resultado for maior ou igual a 10 em cada multiplicação do algarismo inferior pelo superior. O resultado deve ser informado na posição das unidades na primeira linha, depois na posição das dezenas, centenas etc.
- Multiplique o algarismo das dezenas do fator inferior por cada um dos algarismos do superior, começando a informar o resultado na segunda linha, deixando a posição das unidades em branco, ou registre um zero nessa posição; sempre considerando o sistema "vai um".

• Repita o processo para todos os algarismos do fator inferior, lembrando de pular uma linha e uma posição.

• Some todas as linhas utilizando o algoritmo da adição.

Exemplo

Multiplicação de 14 por 3.

$$\begin{array}{rl} {}^{1} & \\ 14 & \\ \times\ 3 & \quad 3 \times 4 = 12 \\ \hline 42 & \end{array}$$

Unidades: 3 x 4 = 12 (2 na posição das unidades e 10 – ou vai um – para a posição das dezenas).

Dezenas: 3 x 1 = três dezenas + uma dezena = quatro dezenas = 40.

Exemplo

Multiplicação de 31 por 23.

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times \quad 23 \\ \hline 93 \\ +\ 620 \\ \hline 713 \end{array}$$

Na segunda linha o correto é 620, e não 62 e "espaço em branco".

Unidades: zero unidades, porque na segunda linha ficam os resultados da multiplicação por duas dezenas.

Dezenas: 20 x 1 = 20, então fica o 2 na posição das dezenas, representando 20.

Centenas: 20 x 30 = 600, representado pelo 6 na posição das centenas.

Voltando à pergunta inicial, o "espaço em branco", na verdade, é lugar de zero, mas por quê?

Quando se multiplica o segundo algarismo (da direita para esquerda) do fator inferior, o que estamos fazendo é a multiplicação por uma dezena, ou seja, qualquer outro número multiplicado por 10 não terá como resultado menos do que uma dezena e, portanto, a posição que precisará ocupar é a das dezenas; e na posição das unidades (que não chegam a formar uma dezena) devemos colocar, sem medo, o zero, pois já começamos a operação multiplicando por uma dezena.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 2 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre como explorar multiplicação e divisão.

O algoritmo da divisão

Antes de ensinar o algoritmo formal da divisão, podemos considerar duas ideias sobre divisão para explorar com os alunos: a ideia de partição e de medição.

Na divisão partição o todo deve ser dividido em um número de grupos preestabelecido e é necessário descobrir quantos elementos ficarão em cada grupo.

Exemplo

Explorando a ideia de partição:

Ana tem 20 pirulitos e vai distribuí-los igualmente entre seus quatro coleguinhas. Quantos pirulitos cada coleguinha receberá?

$20 \div 4 = 5$ pirulitos para cada um dos quatro coleguinhas.

Na divisão medição o todo deve ser dividido em grupos e é conhecida a quantidade de elementos de cada grupo. É preciso descobrir, então, quantos grupos serão formados. As duas situações-problema que seguem exemplificam essa ideia:

Exemplo

Explorando a ideia de medição:

Na turma da professora Raíssa, há 12 alunos. Ela deseja que as crianças formem grupos de cinco alunos cada. Quantos grupos serão formados? Sobrarão alunos?

12 ÷ 5 = 2 grupos de 5 alunos(quociente) e 1 grupo de 2 alunos (resto).

O algoritmo formal da divisão é estruturado da seguinte forma:

Dividendo	Divisor
Resto	Quociente

No processo de divisão, o dividendo e o divisor devem ser posicionados de acordo com a figura acima. A operação é realizada da esquerda para a direita.

Exemplo

Dividir 125 por 5.

O primeiro passo é montar o algoritmo.

$$\begin{array}{r|l} 125 & \underline{\;5\qquad} \end{array}$$

Começamos com a pergunta: 1 (do 125) é maior que 5 (divisor)?

Como a resposta é não, faremos a mesma pergunta para o 12 (do 125): 12 é maior que 5? Sim. 12 dividido por 5 é igual a 2, com resto também igual a 2.

$$\begin{array}{r|l} 125 & \underline{\;5\qquad\qquad} \\ 2 & \;2 \\ \text{resto} & \text{quociente} \end{array}$$

Como ainda temos um algarismo após o 12, ele será “baixado” da seguinte forma:

$$\begin{array}{r|l} 125 & \underline{\;5\qquad\qquad} \\ 25 & \;2 \end{array}$$

Nosso próximo passo é dividir o 25 pelo divisor 5.

Temos que 25 dividido por 5 é igual a 5, com resto zero.

Nesse caso, acrescentamos o 5 após o 2, no quociente, e o resto zero, abaixo do 25.

$$\begin{array}{r|l} 125 & \underline{\;5\qquad\qquad} \\ 25 & \\ 0 & \;2 \end{array}$$

Conclusão: 125 dividido por 5 é igual a 25, com resto igual a zero.

A utilização do algoritmo é um processo mecânico e decorado pelos alunos quando é ensinado pelo professor. A compreensão do processo da operação de divisão requer abordagens diferentes, como as exploradas a partir das ideias de partição e medição, bem como a de relação com a multiplicação.

Entendendo e fazendo contas

Neste tópico você estudará alguns modos de como ensinar as quatro operações básicas. No tópico anterior você estudou como as crianças das séries iniciais costumam estruturar suas maneiras de operar e esse conhecimento pode balizar nossas escolhas por métodos e recursos de ensino.

Os recursos de ensino e as operações

Materiais estruturados e não estruturados

- **Materiais estruturados**

Apresentam relações entre as peças que os compõem e foram pensados para as atividades didáticas. São exemplos de materiais estruturados: material dourado, réguas de Cuisenaire, blocos lógicos, quadro valor de lugar – QVL, ábaco, *tangram* e outros.

MIDIATECA

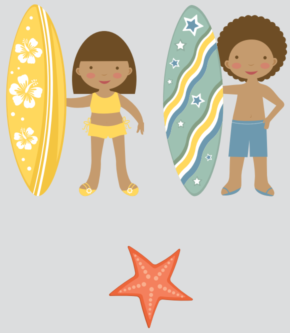
Acesse a midiateca da Unidade 2 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre ábaco nas operações de adição e subtração.

- **Materiais não estruturados**

São quaisquer recursos que possam ser utilizados como material didático, como cópias de cédulas, tampinhas, garrafas PET, embalagens, bolo, balas, celulares, entre outros.

Exemplo

Considere uma escola próxima à praia de uma cidade grande. Uma de suas turmas de quinto ano é formada, em grande parte, por alunos que frequentam a praia regularmente e praticam surfe. Nesse contexto, a professora escolheu explorar unidades de medida utilizadas nos esportes praticados no mar (ondas, geralmente, são registradas em pés, assim como as dimensões das pranchas).



Ela pediu aos alunos que trouxessem barbantes para que pudessem comparar o comprimento da nossa unidade padrão, o metro, com a unidade de comprimento do sistema inglês, o pé. Cada grupo de alunos deveria trazer também uma prancha de surfe.

A professora inicia o estudo a partir de uma reportagem da *Gazeta Online* que apresenta uma onda muito grande, com cerca de 14 metros de altura, ou 45 pés, surfada por um *bodyboarder* capixaba.

- Para entender o tamanho dessa onda, a professora pede aos alunos a medição de um metro com barbante — cada grupo passa a ter o seu metro e pode ter noção da altura dessa onda, juntando 14 desses metros de barbante.
- Em seguida, explora a noção da unidade de medida pé, propondo que os alunos tomem o comprimento de seus próprios pés e comparem com o metro, para só então estudar a medida padrão pé, equivalendo a aproximadamente 0,3 de metro (30 cm), que deve ser pesquisada pelos alunos na internet, por meio de seus smartphones e, nesse momento, poderão comparar os 45 pés da notícia da *Gazeta Online* com os 14 metros, também registrados na reportagem.
- Ao mesmo tempo, serão exploradas operações com números decimais.

O contexto contempla um tema de interesse dessas crianças e o conteúdo matemático associado constitui-se como fundamento para que os alunos interpretem a reportagem de forma correta, bem como fatos de sua vivência cotidiana. Possivelmente, muitas dessas crianças já têm alguma noção do que significa pé (unidade de comprimento) e outras, provavelmente, lidam com essa medida sem entender do que estão tratando.

Nessa situação a professora utilizou como recursos de ensino o barbante, as pranchas de surfe, os pés das crianças e as réguas, além de seus smartphones e a reportagem da *Gazeta Online*. Todos esses materiais são não estruturados, pois não foram feitos com fins educacionais e não há relação interna entre suas peças, já que nem são formados por peças que componham um conjunto de material – estruturado. Por outro lado, são extremamente significativos nesse contexto e eficazes como recursos de ensino e aprendizagem.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 2 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor ***Onda surfada por bodyboarder capixaba.***

Tecnologias digitais e operações

Todos os recursos e ferramentas utilizados pelas sociedades para resolverem seus problemas são considerados tecnologias, como o telefone, os celulares, os computadores, as calculadoras, mas também os ábacos, as trenas, as réguas, os quadros, as canetas e outros.

Por tecnologias digitais estamos tomando os aplicativos, objetos de aprendizagem e softwares adequados para situações de ensino, mais especificamente da matemática.

Cabe salientar que todo recurso de ensino pode ser utilizado de forma a contribuir para a aprendizagem, ou não. A orientação do trabalho pelo professor é fundamental para que as aulas sejam espaços adequados à construção de conhecimentos, e não somente ambientes de reprodução. Alguns materiais digitais atendem mais eficazmente à intenção de levar os alunos à construção de conceitos e estratégias, outros servem somente para fixação de conteúdos, embora todos possam ficar limitados a repetições, se as aulas não forem direcionadas pelo professor, conforme seus objetivos.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 2 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor **Tecnologias no ensino da Matemática**.

Métodos de ensino e operações

Resolução de problemas

O professor que decide ensinar por meio do método de resolução de problemas precisar ter clara a distinção entre problema e exercício. O exercício serve para exercitar o que já se sabe como fazer, já o problema é uma situação para a qual não temos, previamente, um mecanismo disponível, um algoritmo que nos leve diretamente à solução. Nesse sentido, a resolução de uma situação-problema exige dos alunos criatividade, autonomia e mobilização de conhecimentos que eles já possuem, na busca da solução.

Exemplo

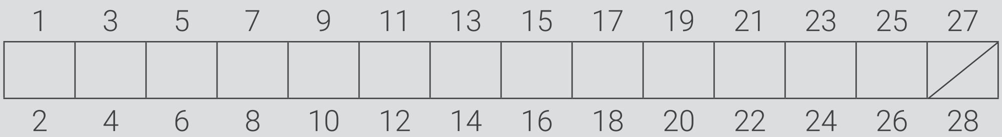
1) Exercício
Divida igualmente 28 carrinhos entre 14 crianças. Quantos carrinhos cada uma receberá?

2) Problema
Foram convidadas 28 crianças para o aniversário da Aninha. A mãe dela precisa alugar mesas quadradas para fazer uma fila, colocando as mesas uma ao lado da outra. Ela quer que cada lado disponível de cada mesa seja ocupado por uma única criança. Qual é o menor número possível de mesas que ela deverá alugar?

Veja que, embora a situação número 1 seja colocada em forma de texto, a resolução se dá por meio de uma divisão direta, é um exercício de fixação dos procedimentos para efetuar uma divisão com números naturais (28 ÷ 14).

Na situação número 2, mesmo que a divisão seja usada para resolvê-la, não é o único caminho e não é suficiente, uma subtração também se faz necessária. Observe algumas estratégias para solucionar o problema:

a) Desenhar o problema: criança desenha as mesas até que consiga acomodar 28 crianças; depois, percebe que duas crianças poderiam sentar nas pontas da primeira e última mesa e retira uma mesa; em seguida, contando as mesas, conclui que podem ser alugadas 13 mesas.

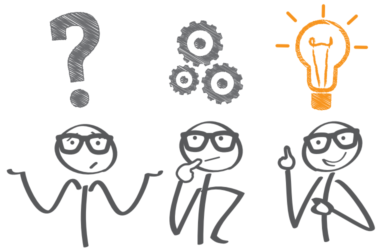


b) Dividir 28 por 2 (uma criança de cada lado da mesa), que dá 14, e depois diminuir uma mesa, resultando em 13 mesas necessárias, porque se podem acomodar duas crianças nas duas pontas do conjunto de mesas.
c) Diminuir 2 de 28, por causa das pontas que podem ser ocupadas por duas crianças e então dividir 26 por 2, que dá 13 mesas.

Para refletir

Ainda que problemas estejam fazendo papel de exercícios de fixação de algum conceito matemático, esses exercícios em forma de texto e contexto contribuem mais para a aprendizagem do que um exercício do tipo “calcule” ou “efetue”. No caso da situação número 1 dos exemplos acima, os alunos sabem que devem dar, a cada um, um número inteiro de carrinhos, não podem dar meio carrinho a alguém; já se fossem pedaços de bolo, por exemplo, meio pedaço seria uma possibilidade. Essa noção de significado dos números em cada contexto, por si só, já agrega qualidade à aprendizagem.

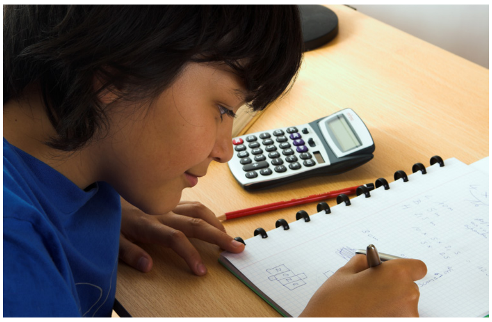
Características de bons problemas



Segundo Dante (2010), as características de um problema que contribua para a aprendizagem estão listadas a seguir:

- Ser desafiador para o aluno.
- Envolver a realidade dos alunos.
- Ser do interesse dos alunos.
- Ter como pergunta algo que possa ser realmente desconhecido.
- Não consistir na aplicação direta de uma regra ou operação.
- Apresentar nível de dificuldade adequado aos alunos que o devem resolver.

Etnomatemática e operações



Na abordagem etnomatemática, o contexto de cada grupo sociocultural é valorizado, ao se explorar a matemática feita por esses grupos, não como a melhor matemática, mas aquela adequada ao contexto ao qual se aplica, aos problemas que resolve de forma eficiente. A matemática acadêmica é uma outra ferramenta que a escola deve se incumbir de trabalhar com os alunos, de forma que ela também seja adequada aos problemas do mundo contemporâneo, escolhendo os conteúdos da matemática formal que dão conta dos problemas de hoje. Sobre essa questão, D'Ambrosio comenta (2003):

> A história nos ensina que só pode haver progresso científico, tecnológico e social se a sociedade incorporar, no seu cotidiano, todos os meios tecnológicos disponíveis. Assim, depois da invenção da escrita, não pode se justificar que alguém se recuse a ler e escrever, depois da invenção da imprensa, não se justifica que alguém não tenha acesso a livros e jornais, depois da adoção, na Europa, da aritmética indo-arábica, não se justificaria alguém se limitando a fazer contas com os ábacos e, assim, desde que há relógios, não se justifica exigir que se digam as horas olhando-se para o céu, nem se justifica que, existindo automóveis, ônibus e caminhões, se utilize o cavalo como transporte. A sociedade se organiza em função da tecnologia disponível.

No que se refere às operações básicas, o uso do ábaco, por exemplo, pode auxiliar as crianças na construção dos conceitos, mas esse não é um instrumento que faça parte da vivência dos alunos; para essa relação cotidiana, temos as calculadoras, planilhas eletrônicas e outros aplicativos; e, desde que as estruturas cognitivas, os esquemas de adição, subtração, divisão e multiplicação tenham sido construídos pelos alunos, não há motivo para não utilizar a tecnologia que está servindo a todos, inclusive a nossos alunos, o tempo todo.

Não estamos falando em ensinar as operações como se fosse o ato de apertar botões, mas, sim, de liberar o tempo gasto com operações longas para ser usado nas questões dos problemas que não podem ser resolvidos pela tecnologia. A tecnologia não decide qual conta deve ser feita para resolver um problema, ela não discute qual das estratégias corretas é a mais eficiente, esse "pensar" é do aluno, do grupo, da turma orientada pelo professor. Pensar é característica do ser humano, que pode atribuir à tecnologia as tarefas que já sabe fazer, mas que são repetitivas, mecânicas, enfadonhas.

Como exemplo de como a etnomatemática pode contribuir para aprendizagem das operações na educação de jovens e adultos, podemos analisar o caso de uma dona de casa que não conseguia associar o conceito de dúzia à quantidade 12, mas, quando questionada sobre quantos ovos formam cinco dúzias, respondeu prontamente 72.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 2 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor ***Contribuições da etnomatemática.***

A pedagogia de projetos defende a necessidade de desenvolver uma metodologia de trabalho pedagógico que valorize a participação do educando e do educador, tornando-os responsáveis pela elaboração e pelo desenvolvimento de projetos de trabalho que devem emergir das reais necessidades dos alunos.

Projetos são propostos a partir de um tema a ser investigado, e não de conteúdos de matemática, ou de qualquer outra disciplina. A escolha do tema a ser trabalhado é de responsabilidade de todos e deve ser pensada de forma a contemplar a realidade dos alunos. Os conteúdos a serem estudados decorrem das necessidades para se desenvolver o projeto.

Os projetos são interdisciplinares, o professor ensinará os conceitos e procedimentos que forem requeridos ao longo do projeto. Se for necessário que os alunos somem, subtraiam, multipliquem e dividam, a construção dessas aprendizagens ocorrerá ao longo do desenvolvimento do projeto, por causa das exigências dele, e não porque o professor precisa ensinar tais conteúdos.

NA PRÁTICA

O professor que ensina matemática na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental, certamente, trabalhará com crianças em processo de construção do número e conceitos associados e, para isso, é fundamental o conhecimento sobre como essa construção ocorre e como propor atividades que contribuam nesse sentido, portanto o planejamento do trabalho do professor requer o estudo do número, do sistema de numeração decimal e das quatro operações básicas sob a perspectiva de quem precisa mediar esse processo, que é da criança, do aluno.

Resumo da Unidade 2

Nesta unidade estudamos como a criança constrói a noção de número e conceitos associados, como o de sistema decimal e de operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, bem como métodos e recursos de ensino que podem ser utilizados para promover essas aprendizagens.

A construção do número, de forma geral, é analisada a partir da teoria piagetiana, a qual estabelece processos vivenciados pelo sujeito (criança) ao construir o conceito de número, por meio de ações deste sobre o objeto, quando sintetiza os processos de classificação e seriação. As estratégias de cálculo utilizadas pelas crianças, geralmente, são bastante distintas dos algoritmos que tradicionalmente são ensinados nas escolas, então é fundamental que o professor entenda e explore essas formas de cálculo a fim de estimular a criatividade, a autoconfiança e a autonomia da criança na construção de seu conhecimento lógico-matemático.

Os métodos de ensino e os recursos disponíveis contribuem para o direcionamento das situações de ensino das operações, de forma que, no caso da perspectiva etnomatemática, o contexto sociocultural da turma é o fator preponderante para as escolhas de formas e recursos de ensino. Parte-se do conhecimento que os alunos já têm, exploram-se esses saberes, sem classificação de nível em relação à matemática formal, mas utilizando tanto a matemática utilitária dos alunos quanto a formal, a depender da adequação ao que se deseja resolver.

Quando a opção é pelo método da resolução de problemas, é preciso que o professor atente para o que vem a ser efetivamente um problema para a sua turma, sob o risco de transcrever apenas exercícios em forma de texto, os quais não estimulam a capacidade dos alunos de encontrarem solução por meios que ainda não conhecem, os quais mobilizariam o conhecimento sobre uma ou mais operações matemáticas e estratégias diversas. Já no trabalho por projetos é pressuposta a disposição do professor para a prática interdisciplinar e para submeter os conteúdos matemáticos aos objetivos do projeto, e não o contrário, pois essas determinações vêm das exigências do projeto, dos conhecimentos que precisam ser desenvolvidos para dar conta do tema.

Inúmeros recursos de ensino podem ser utilizados para estudar as quatro operações básicas, como os estruturados dos tipos material dourado, réguas de Cuisenaire, ábaco, entre outros; assim como os não estruturados, dos tipos cópias de dinheiro, palitos de sorvete, tampinhas etc. Ainda podemos fazer uso das tecnologias digitais em forma de games, aplicativos e softwares. A escolha dos recursos adequados dependerá de como esses recursos podem auxiliar na execução dos métodos escolhidos pelo professor para ensinar números, sistema decimal e operações, objetivando a aprendizagem por parte dos alunos.

CONCEITO

O processo de construção do número está diretamente relacionado à compreensão do sistema de numeração decimal e a aprendizagem das operações se sustenta sobre esses dois conceitos: número e sistema de numeração decimal. Materiais manipuláveis, sejam estruturados ou não, e digitais apoiam os processos de aprendizagem de número, sistema decimal e operações.

Referências

BERTONI, N. E. **Educação e linguagem matemática II:** numerização. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 2007. p. 22-23.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática. Brasília, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso em: 1º jun. 2019.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas em matemática:** teoria e prática. São Paulo: Ática, 2010. p. 48-55.

KAMII, C. **A criança e o número**. Campinas: Papirus, 1989. p. 7.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. 3. ed. Trad. C. M. Oiticica. Rio de Janeiro: Zahar, 1981.

RAMOS, L. F. **Conversas sobre números, ações e operações:** uma proposta para o ensino da matemática nos primeiros anos. São Paulo: Ática, 2009.

RANGEL, A. C. S. **Educação matemática e a construção do número pela criança:** uma experiência em diferentes contextos socioeconômicos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

ZUNINO, D. L. **A matemática na escola:** aqui e agora. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

UNIDADE 3

Frações e formas

INTRODUÇÃO

Nesta unidade, você estudará o conceito de fração, suas diferentes interpretações e aplicações. Em seguida, passará ao estudo de formas e medidas. Finalizando o conteúdo da unidade, trataremos sobre modos de ensinar frações, formas e medidas. Esse conhecimento será bastante importante para qualificar sua prática de ensino de frações, formas e medidas, temas que costumam gerar incertezas tanto entre os professores que ensinam matemática quanto entre nossos alunos.

Você já refletiu sobre quanta matemática existe na culinária nessa onda gourmet, cheia de chefs, que vivemos atualmente? Repare!

Massa de pizza

Ingredientes

2 ½ xícaras de farinha de trigo
1 colher de sopa de fermento para pão
¾ de xícara de leite morno
¼ de xícara de óleo ou azeite
1 pitada de sal

Modo de preparo

Dissolva o fermento no leite morno e acrescente aos poucos a farinha de trigo, o sal e o óleo.

Abra a massa e deixe descansar até crescer. Asse por 15 minutos antes de colocar o molho de tomate e o recheio.

Rende 8 pedaços.

Estamos diante de uma receita de massa de pizza, e, para fazê-la, o chef tem que saber o que significa a fração mista 2 ½, para colocar a farinha, ¾, para acrescentar o leite, e ¼, para acertar na quantidade de óleo, e tudo isso para conseguir uma forma circular, cujos pedaços são setores de círculo, e com borda recheada, a qual tem a mesma medida do comprimento da circunferência. Toda essa matemática, no final, acaba em pizza! Aliás, se a receita rende oito pedaços, considerando quatro pessoas à mesa, quanto da pizza cada uma comerá?

Se você já cozinhou algo, pode ter se deparado com a questão: o que tem mais, ½ de xícara ou ¾ de xícara?

Nesta unidade, vamos relacionar essas interpretações das frações e das formas.

OBJETIVO

Nesta unidade, você será capaz de:

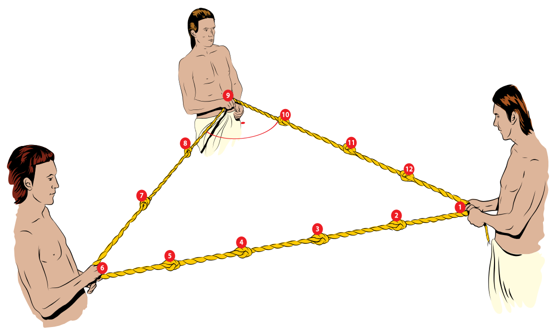
- Planejar atividades sobre frações e conceitos básicos de geometria por meio de aplicações cotidianas.

Frações

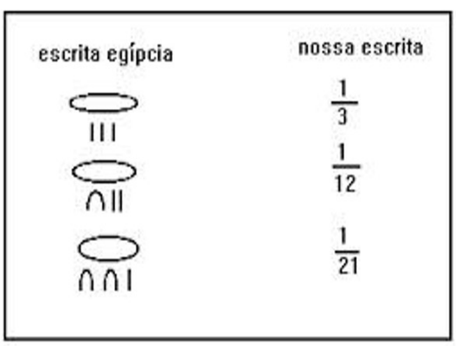
A fração é um tipo de representação de números e faz parte do conjunto dos números racionais — e costuma gerar dúvidas nos alunos. Os números escritos na forma fracionária fazem parte de alguns contextos e, por esse motivo, devem ser ensinados, especialmente, associados a contextos dos quais comumente façam parte, para que os alunos percebam sua importância prática, imediata.

Historicamente, a representação fracionária nasceu da necessidade dos egípcios de medir os terrenos às margens do Rio Nilo, que eram distribuídos a alguns agricultores e, a cada inundação das terras pelo rio, precisavam ser novamente demarcados.

Porém, o que as frações têm a ver com essa necessidade?



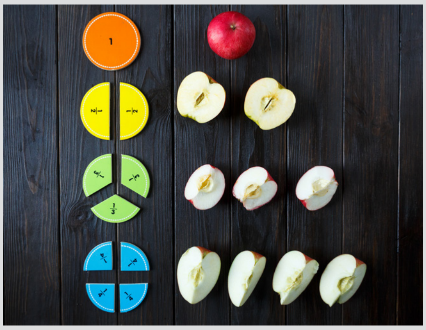
Os egípcios usavam cordas com nós para fazer as medições. O comprimento entre dois nós correspondia à unidade de medida de comprimento padrão da época, o côvado ou cúbito, equivalente ao comprimento medido do cotovelo até a ponta do dedo médio, porém nem toda medida dos lados dos terrenos resultava em uma quantidade inteira de côvados. Por exemplo, a medida poderia ser de 10 côvados e “mais um pedaço de côvado”; esse pedaço precisava ser registrado, e, para dar conta dessa situação, os egípcios começaram a utilizar a forma fracionária, colocando uma forma ovalada na parte de cima e o número de divisões do côvado na parte de baixo da escrita do número. Veja a seguir:



Uma forma significativa de introduzir o estudo de frações é explorar situações em que, usando somente números naturais, as crianças não consigam representar as medidas de uma grandeza ou o resultado de uma divisão; assim, os alunos conseguem identificar números racionais como uma possibilidade de resposta a esses novos problemas.

Exemplo

Algumas maneiras de explorar a representação de partes com frações podem ser propostas a partir de situações que envolvam:



- Ingredientes de receitas de bolo, pizza etc.
- Quantidade de refrigerante nas garrafas de um litro e meio, dois litros e meio, dois litros e 750 ml e outras.
- Grandezas que geralmente são expressas no sistema inglês, como tubulações de uma polegada e meia, de três polegadas e três quartos e outras dimensões.
- Divisão de barra de chocolate, pizzas, bolos, frutas e outros.
- Notícias de jornais, revistas e web que contenham frações.
- Notas musicais.
- Quantidade de combustível em um tanque de carro apresentada no painel analógico.

Os alunos constroem o conceito de número associado aos números naturais, portanto o estudo dos racionais implica uma ruptura de sua concepção do que seja número. Considerando essa complexidade, o trabalho com as noções de números racionais demanda tempo e métodos de ensino adequados.

Dificuldades na aprendizagem dos números racionais

Os alunos entendem o número como sendo somente natural; assim, quando iniciam os estudos sobre os números racionais, eles se deparam com alguns obstáculos, tais como:

- Todo número racional pode ser representado por distintas e infinitas formas fracionárias; por exemplo, 1/2, 2/4 e 3/6 são diferentes representações de um mesmo número equivalente a 0,5 na forma decimal.
- Eles sabem que vale a relação 4 > 3, mas terão de entender que 1/4 < 1/3, o que lhes parece contraditório.
- No conjunto dos números naturais, o "tamanho" da escrita de um número indica sua ordem de grandeza (6.450 > 59). A comparação entre 10,3 e 10,125 não satisfaz o mesmo critério.

- A multiplicação de números naturais (excetuando-se quando um dos fatores é zero ou um) resulta em um número maior que ambos; já com os racionais, isso não ocorre sempre — por exemplo, ao multiplicar 20 por ½, o resultado é menor do que 20, é 10.
- Sobre os números naturais, podemos falar em sucessor e antecessor, mas, para os racionais, esses conceitos não existem, uma vez que, entre dois números racionais quaisquer, existem infinitos números racionais; nesse sentido, o aluno deverá perceber que, entre 0,7 e 0,8, estão números como 0,71, 0,715 ou 0,77.

Uma escolha didática pode ser a de iniciar o estudo dos números racionais não pela forma fracionária, mas pela decimal. Essa postura se justifica pela maior frequência com que decimais aparecem no cotidiano das crianças e dos adultos, como no sistema monetário, por exemplo.

Interpretações das frações

- **Parte-todo**

Há situações em que está implícita a relação parte-todo, como no caso das usuais divisões de uma pizza ou de um chocolate em partes iguais. A relação se estabelece quando um todo se divide em partes (equivalentes em quantidade de superfície ou de elementos).

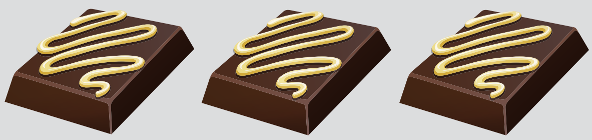
O chocolate inteiro é o todo que estamos considerando, e este está dividido em 10 partes iguais. Cada uma das partes representa 1/10 do chocolate (parte considerada/número total de partes).

- **Quociente**

É a noção de que a fração é a divisão do número natural que está na parte de cima da fração (numerador) pelo número natural que está na parte de baixo da fração (denominador), ou seja, ($a \div b = a/b$; $b \neq 0$). Para o aluno, ela se diferencia da interpretação anterior, pois dividir um chocolate em 10 partes e comer três dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir três chocolates para 10 pessoas. No entanto, nos dois casos, o resultado é representado pela mesma notação: 3/10.

Exemplo

Divida três chocolates para 10 crianças.



Solução:

Cada chocolate pode ser dividido em 10 pedaços, e cada uma das crianças receberá um pedaço de cada chocolate. Como cada pedaço é 1/10 do chocolate e cada criança vai receber um pedaço de cada um dos três chocolates, ela receberá 3/10, ou seja, 3 x (1/10) ou 1/10 + 1/10 + 1/10 = 3/10.

- **Índice comparativo**

É quando a fração é interpretada como uma razão entre duas grandezas (não se realiza o cálculo de divisão entre numerador e denominador). Por exemplo: quando se trata de informações do tipo "quatro de cada 10 habitantes de uma cidade são afrodescendentes", as escalas em mapas (a escala é de 1 cm para 100 m) ou a exploração da porcentagem (20 em cada 100 alunos da escola praticam voleibol).


veja | Economia

/ ECONOMIA

Escolas particulares estimam que 1 em cada 10 alunos deve migrar para a rede pública

Colégios pagos poderão perder de 10% a 12% das matrículas em 2016, segundo estimativa da Federação Nacional das Escolas Particulares (Fenep)

18/10/2015 às 22:17

Compartilhe no Facebook | Compartilhe no Twitter | Compartilhe no Google+

Fonte: veja.abril.com.br.

A abordagem das frações segundo as interpretações que estudamos pressupõe um planejamento de ensino que proporcione experiências com distintos significados e representações, o que requer certo investimento de tempo, sendo uma exploração de conceitos que apenas será iniciada no quarto ano do ensino fundamental e consolidada nos anos finais, conforme normatização da BNCC, quando registra os objetos de conhecimento, no campo da matemática, para o quarto ano, como: números racionais: frações unitárias mais usuais (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100).

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 3 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre **como ensinar frações**.

Espaço, formas e medidas na vida

Neste tópico, você estudará ideias da unidade temática geometria, conforme nomenclatura adotada pela BNCC, as quais constituem parte importante do currículo de matemática no ensino fundamental, porque, por meio delas, os alunos desenvolvem um tipo de raciocínio diferente do especificamente numérico, o qual permite a compreensão, a descrição e a representação, de forma organizada, do mundo em que vivemos. Associadas à construção dos conhecimentos sobre espaço e formas, estão as noções de grandezas e medidas, conteúdos de grande relevância social, de caráter prático e utilitário.

A exploração de noções geométricas também contribui para a aprendizagem de números e medidas, uma vez que incentiva a observação e percepção de semelhanças e diferenças, a identificação de regularidades e vice-versa. Por outro lado, se essa exploração for realizada a partir de objetos da realidade física, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, por exemplo, proporcionará o estabelecimento de relações entre a matemática e outras áreas do conhecimento e da vida cotidiana.

Construção das noções de espaço

A estruturação espacial se inicia pela constituição de um sistema de coordenadas relativo ao seu próprio corpo. Nessa fase egocêntrica, a criança não é capaz de considerar qualquer outro corpo, que não o seu, como ponto de referência para se orientar.

Aos poucos, a criança percebe que os objetos se apresentam para ela com diferentes perfis, de uma mesma coisa, ou seja, ela progressivamente toma consciência dos movimentos de seu próprio corpo, de seu deslocamento, e essa capacidade de deslocar-se mentalmente e de conhecer o espaço sob diversos pontos de vista dá condições à criança de coordenar-se espacialmente. Nesse cenário, surgem as noções de direção, sentido, distância, ângulo e várias outras fundamentais para a construção do pensamento geométrico.

Inicialmente, a criança constrói suas primeiras noções espaciais por meio dos sentidos e dos movimentos. Trata-se de um espaço perceptivo, em que o conhecimento dos objetos resulta da ação direta da criança sobre estes, e tal noção de espaço permitirá a construção de outro tipo de espaço, o espaço representativo, no qual ela será capaz de, por exemplo, evocar os objetos na ausência destes. A criança, nessa fase, está inserida no estágio sensório-motor, conforme a teoria piagetiana.

À medida que vai tendo diversas experiências sobre os objetos do espaço em que vive, a criança estabelecerá uma rede de conhecimentos relativos à localização e à orientação, que permitirá a ela dominar a representação dos objetos e, então, distanciar-se do espaço sensorial. A experiência relacionará estes dois espaços: o sensível e o geométrico.

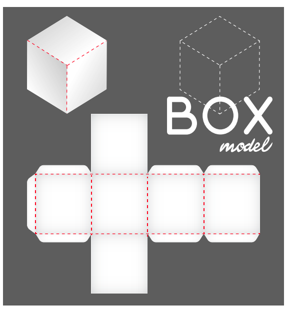
A experimentação é agir, antecipar, ver, explicar o que ocorre no espaço sensível, permitindo as representações dos objetos do espaço geométrico; assim, a criança deixa de depender da manipulação dos objetos reais para estabelecer suas representações mentais e refletir a partir destas.

Espaço e formas

A maioria dos objetos com os quais convivemos pertence ao mundo físico tridimensional, ou seja, apresenta três dimensões: comprimento, altura e largura. A criança age sobre esses objetos tridimensionais; dessa forma, pode tornar-se mais natural e eficaz orientar atividades de ensino a partir desse ambiente e de seus objetos tridimensionais, uma vez que, em geral, figuras planas só existem no campo das ideias e abstrações matemáticas, pois os objetos possuem espessura, por mínimas que sejam, além das duas dimensões representadas no plano do papel ou da tela do computador.

- **Cubo**

As crianças convivem, por exemplo, com caixas, que podem se assemelhar a cubos. Veja o objeto tridimensional cubo e sua planificação:



Explorar atividades que envolvam planificações de objetos tridimensionais pode ser uma forma bastante significativa de abordar noções geométricas como arestas, faces e ângulos, comparando objetos que apresentam semelhanças e diferenças, mesmo sem usar a terminologia matemática. Pode-se falar em linhas (arestas), lados (faces) e cantos (ângulos). Esse tipo de trabalho pode explorar os objetos do conhecimento do tema geometria, de primeiro ano do ensino fundamental, registrados na BNCC, quais sejam:

- Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico.
- Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 3 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre **planificação dos poliedros de Platão**.

- **Poliedros de Platão**

Os poliedros de Platão são sólidos que possuem todas as faces planas e iguais.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 3 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre **poliedros com varetas**.

Dica

Para construir poliedros, você pode utilizar as varetas ou canudinhos como arestas e bolinhas de isopor, massinha de modelar, ou mesmo jujubas, para fixar os palitos ou canudinhos, formando os "cantinhos" — esses materiais podem facilitar o trabalho com crianças menores.

Propondo atividades em que a criança explore os sólidos de Platão, o professor estaria contemplando os objetos de conhecimento colocados na BNCC para os primeiros anos do ensino fundamental, na unidade temática geometria. Esses sólidos podem ser comparados uns aos outros, buscando-se diferenças e semelhanças entre arestas, faces e tipos de ângulos, e, especialmente, devem ser associados a objetos do cotidiano.

Dica

Lembre-se de utilizar palavras acessíveis às crianças, e, à medida que tiverem curiosidade, pode-se introduzir a nomenclatura desses sólidos.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 3 e veja o conteúdo complementar ***Mão na forma – Os sólidos de Platão***, selecionado pelo professor.

Área e perímetro de figuras planas

As faces dos sólidos de Platão são figuras planas; assim, suas medidas podem ser exploradas nos primeiros anos do ensino fundamental, bem como a noção de área e de perímetro e a distinção entre as medidas de comprimento e de área.

O **perímetro** dos polígonos é dado pela soma das medidas de seus lados, o que pode ser trabalhado por meio de medições com barbantes, fitas métricas ou réguas.

As **áreas** de figuras planas podem ser exploradas por meio de atividades de composição da área maior por quadradinhos menores, sendo cada quadradinho uma unidade de área. Esses quadradinhos podem ser os do papel quadriculado, por exemplo.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 3 e veja o conteúdo complementar ***Descobrindo a área por meio da decomposição em partes***, selecionado pelo professor.

A exploração das noções de área e perímetro pode ser proposta por meio de atividades práticas de composição e decomposição de figuras planas, sem a necessidade de apresentação de fórmulas ainda nessas etapas da escolarização (primeiros anos do ensino fundamental).

Saiba mais

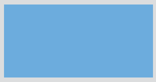
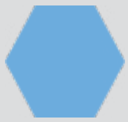
Polígono vem do grego *polúgonos* e significa: *póly* (“muitos”) + *gonía* (“ângulos”).

Polígonos são figuras planas limitadas por uma linha poligonal fechada. Linha poligonal é uma linha que é formada apenas por segmentos de reta. Os polígonos precisam ser figuras fechadas, e o número de lados de um polígono é igual ao número de ângulos.

Exemplo

Triângulo Pentágono Paralelogramo Hexágono

O quadro a seguir apresenta alguns polígonos e suas propriedades. Observe as inclusões de classes para cada figura.

	POLÍGONOS			
	QUADRILÁTEROS: polígonos formados por quatro lados cujos ângulos internos somam 360°.			
	PARALELOGRAMOS: polígonos que possuem arestas opostas paralelas (de mesma medida).			
	PARALELOGRAMO	LOSANGO	RETÂNGULO	QUADRADO
Formas				
Propriedades	Polígonos que possuem arestas opostas paralelas.	Paralelogramo com quatro arestas iguais.	Paralelogramo com quatro ângulos retos.	Paralelogramo com todos os lados iguais e ângulos retos.
	TRAPÉZIO	TRIÂNGULO	PENTÁGONO	HEXÁGONO
Formas				
Propriedades	Quadrilátero com dois lados paralelos, chamados de bases.	Polígono de três lados cuja soma dos ângulos internos é igual a 180°.	Polígono de cinco lados cuja soma dos ângulos internos é igual a 540°.	Polígono de seis lados cuja soma dos ângulos internos é igual a 720°.

Veja que:

- O losango é quadrilátero e paralelogramo.
- O retângulo é quadrilátero e paralelogramo.
- O quadrado é quadrilátero, paralelogramo e losango.
- O trapézio é quadrilátero.

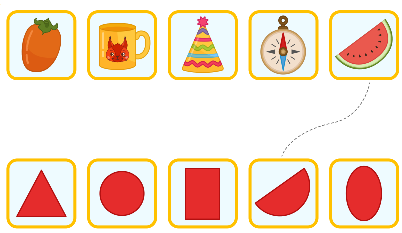
E todos, inclusive o triângulo, o pentágono e o hexágono, são polígonos.

Corpos redondos

Corpos redondos são sólidos geométricos que possuem pelo menos uma de suas faces arredondada, ou seção plana, para o caso da esfera.

Esses tipos de sólidos se apresentam de diversas formas no cotidiano das crianças e dos adultos, como em chapéus de aniversário (cone), lápis antes de ser apontado (cilindro), bolas (esfera) e em muitas outras formas culturais. Os conjuntos de blocos lógicos e outros brinquedos comuns apresentam total, ou parcialmente, a forma de corpos redondos.

Como já fazem parte do dia a dia das crianças, é recomendável que os corpos redondos sejam explorados de forma a atender aos objetivos dos anos iniciais para a unidade temática geometria da BNCC, assim como os poliedros, por meio de planificações, que são associações às figuras planas que formam suas faces e objetos do contexto sociocultural em que sejam reconhecidas essas formas.



Grandezas e medidas

Nos anos iniciais do ensino fundamental, a normatização registrada na BNCC é a de estudar conteúdos da unidade temática grandezas e medidas, isto é, as unidades de medida de comprimento, massa e capacidade, além de noções de tempo e temperatura, devem construir o significado das medidas a partir das situações de seu cotidiano e de outras áreas do conhecimento, assim como saber escolher e utilizar variados instrumentos de medida e representar resultados de medições por meio da terminologia formal para as unidades mais usuais, como metro, litro, quilo, horas, minutos, segundos, graus. As capacidades de realizar estimativas antecipadas e de comparar diferentes unidades de medida também devem ser desenvolvidas.

Unidade de medida de tempo

A unidade de tempo escolhida como padrão no Sistema Internacional de Unidades – SI é o **segundo**.

Em nossas vidas, é comum querermos saber coisas do tipo: a duração dessa partida de futebol, tempo de viagem, duração de uma aula, tempo de passar de fase em um game, melhor tempo obtido por nadadores ou corredores, tempo para chegar em casa ou no trabalho.

Todas essas perguntas serão respondidas tomando por base uma unidade padrão de medida de tempo.

Unidades de medida de comprimento

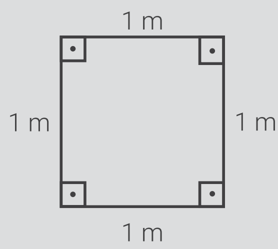
No SI, adotado no Brasil, a unidade padrão de comprimento é o metro (m). A partir dele, são representados seus múltiplos e submúltiplos, dos quais interessa ensinar a crianças das séries iniciais do ensino fundamental os que podem ter significado para elas, como centímetro, milímetro, metro e quilômetro, sempre de forma contextualizada.

Os alunos podem explorar unidades de medida de comprimento ao mesmo tempo que trabalham os números decimais e fracionários, em situações como medição de suas alturas, largura e comprimento da sala de aula, as dimensões dos cômodos de suas casas, o comprimento do percurso de casa à escola, entre outros que fazem parte de suas vidas diárias.

Importante

Da unidade de medida de comprimento metro, decorre uma unidade de medida de superfície bastante importante, que é o metro quadrado.

O “tamanho” do metro quadrado é o de um quadrado de lado igual a um metro e pode ser desenhado no chão ou construído pelas crianças com papel pardo ou papelão. Essa primeira noção de unidade de medida de área contribuirá para que a criança signifique as áreas com as quais tomar contato em sua vida, como a de sua sala de aula, de seu quarto, do parquinho e outras.



Unidades de medida de massa

Massa é a quantidade de matéria que um corpo possui, sendo, portanto, constante em qualquer lugar da terra ou fora dela. Quando dizemos que vamos nos “pesar” em uma balança, na verdade estamos para medir nossa massa, porque peso é outra grandeza física, do tipo força, mas, de forma geral, referimo-nos a pesar como se fosse medir a quantidade de massa. Em nosso sistema, utilizamos o grama (g) como unidade padrão de medida de massa; o quilograma (kg), que é igual a 1.000 gramas, também é bastante utilizado.

MIDIATECA

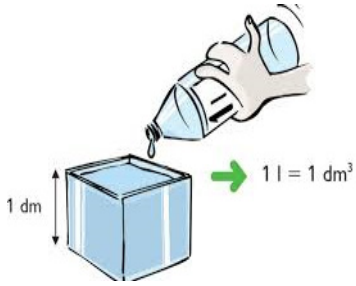
Para saber mais sobre a noção de unidades de medida de massa, acesse o vídeo ***Intuição sobre gramas***.

Unidades de medida de capacidade

Capacidade é o volume interno de um recipiente. A quantidade de líquido ou gás é igual ao volume interno de um recipiente, pois, quando enchemos esse recipiente, o líquido assume a sua forma.

A unidade fundamental de capacidade chama-se litro.

Litro é a capacidade de um cubo que tem 1 dm de aresta (1 dm = 10 cm).



1 l = 1 dm³

Em um cubo em que cada aresta mede 1 dm (= 10 cm), cabe 1 litro de líquido.

Unidade de medida de temperatura

A temperatura mede a agitação dos átomos, ou seja, quanto maior a agitação, maior será a temperatura, e, quanto menor essa agitação, menor será essa temperatura.

Os instrumentos de medida utilizados para medir as temperaturas são os termômetros, e as suas unidades de medida mais utilizadas são o grau Celsius (°C) e o grau Fahrenheit (°F). A escala Celsius é a adotada no Brasil, tendo como características principais ser uma escala centígrada, cujos pontos fixos são de 0 °C para o ponto de gelo e 100 °C para o ponto de vapor. A escala Fahrenheit é a mais utilizada nos países de língua inglesa.

Ensino de frações, formas e medidas

Seja para ensinar números, formas, grandezas, medidas ou qualquer outro conteúdo, é fundamental que as aulas envolvam os alunos em situações concretas e/ou desafiadoras, que permitam a representação e as operações necessárias sem que precisem, inicialmente, recorrer à matemática formal. Neste tópico, você estudará alguns exemplos de situações a partir das quais podem ser propostas atividades para explorar os conceitos de números racionais, formas, grandezas e medidas nos primeiros anos do ensino fundamental.

Segundo D'Ambrósio (2005), "contextualizar a matemática é essencial para todos. Afinal, como deixar de relacionar os elementos de Euclides com o panorama cultural da Grécia Antiga?". Nesse sentido, todo o ensino de matemática deve ser útil para o contexto imediato dos alunos.

Importante

Neste tópico, são indicados diversos recursos que você deve acessar pela midiateca da Unidade 3, que são compostos por exemplos de planos, atividades, recursos, contextos de aplicação e legislação educacional, por meio dos quais os conteúdos sobre frações, formas e medidas podem ser explorados. São materiais associados à prática do professor e devem ser estudados por você a qualquer tempo do curso, especialmente aqueles referentes à BNCC, de caráter normativo, a qual deve ser implementada nas escolas brasileiras.

BNCC

A BNCC é um texto que obriga os sistemas de ensino a cumprirem um currículo comum, nacionalmente. Diferentemente dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, que pretendiam orientar a estrutura curricular dos sistemas de ensino, a BNCC é normativa, segundo consta em sua introdução:

> A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de **aprendiza-**

> **gens essenciais** que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). (BRASIL, 2017, grifos do autor)

Dessa forma, torna-se necessário aos professores conhecer, estudar e refletir sobre as implicações do que determina a BNCC em sua prática pedagógica e planejar seu trabalho considerando tais implicações.

No documento que registra a BNCC, você poderá analisar a estrutura que os currículos devem passar a ter, em que a matemática é considerada uma das áreas do conhecimento, entre as demais linguagens, ciências da natureza, ciências humanas e ensino religioso.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 3 para ter acesso ao documento completo da **BNCC**.

Números racionais – Frações e decimais

A BNCC determina que o ensino de frações e decimais ocorra a partir do quarto ano do ensino fundamental, dentro da unidade temática números, introduzindo o que denomina "objetos do conhecimento" como sendo frações unitárias e decimais que representem valores do sistema monetário brasileiro. Define, ainda, o que chama de "habilidades" correspondentes aos objetos de conhecimento citados, que são:

- Reconhecer as frações unitárias mais usuais (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.
- Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro.

Recursos para ensino de números racionais

Como recursos para ensinar e aprender frações e números decimais, podem-se utilizar diferentes materiais manipuláveis, como:

- Material dourado para frações e números decimais.
- Réguas de Cuisenaire.
- *Tangram*.
- Materiais não estruturados de forma geral, como cópias de cédulas e moedas para situações que envolvam dinheiro.
- Bolos, pizzas, balas, entre outros.

Veja que a BNCC, no caso das frações unitárias, obriga o uso da representação na reta numérica como recurso de ensino-aprendizagem, o que sugere uma formalização que pode ser precipitada, a depender de como ocorrer a mediação pelo professor na exploração desse conteúdo.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 3 e veja o conteúdo complementar ***Ensino de frações***, selecionado pelo professor.

Contextos de ensino

Como contextos de ensino, o texto está considerando situações cotidianas, vivências que podem ser exploradas para ensinar matemática, como as exemplificadas a seguir.

- **Uso de notícia veiculada na web**

Os alunos costumam se interessar por esportes, e as lutas, de forma geral, têm atraído admiradores.

Uma notícia como esta abaixo, que apresenta o tempo em forma fracionária, pode ser tomada para estudar o conceito de fração — nesse caso, a ideia de parte-todo. Por outro lado, pode-se aproveitá-la para abordar a ideia de tempo, vinculada ao 1/3 de segundo.

MENU ge ESPORTE ESPETACULAR BUSCAR

27/12/2015 13h05 - Atualizado em 27/12/2015 13h33

Testes mostram que tempo de reação de McGregor é de 1/3 de segundo

UFC levou o irlandês para testes científicos no Centro de Desempenho Esportivo da Universidade Estadual da Califórnia e provou que o lutador é "elite comparado à elite"

Por GloboEsporte.com
Rio de Janeiro, RJ

FACEBOOK TWITTER

TUDO SOBRE

MMA

BLOG: Não adianta correr! Cyborg "persegue" treinador na Tailândia com socos e chutes
em 20/09/2017

Antes de Bisping, Georges St-Pierre encara pro-players de Street Fighter V
em 10/09/2017

BLOG: Vídeo: adversária de Amanda Nunes, Valentina mostra habilidade no pole dance
em 07/09/2017

BLOG: Vídeo: Conor McGregor pede desculpas a Dana após derrota para
em 05/09/2017

Fonte: http://globoesporte.globo.com/.

- **Medição da altura dos colegas**

Uma maneira divertida de aprender sobre números racionais, tanto na forma fracionária quanto na forma decimal, é explorar a medição de alturas entre os alunos, com uma fita sem graduação. No momento em que estiverem medindo quantas fitas são necessárias para medir a altura do colega, os alunos vão se deparar com uma situação em que não conseguem representar a altura de alguns colegas com um número inteiro e terão, eles mesmos, que subdividir essa fita de forma que consigam representar o "pedaço" que não é do tamanho da fita inteira e que falta para representar a altura do colega. Além da representação dos números racionais, os alunos estarão exercendo a criatividade para determinar em quantos pedaços as fitas devem ser divididas, dependendo da altura que precisam registrar, participando, assim, de um processo de tomada de decisão, a qual pode ser diferente de grupo para grupo, o que contribuirá para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes.

Você pode fazer fitas que meçam um metro e, depois que os alunos fizerem suas medições, representando-as com algo do tipo "1 fita + ¼ de fita", você conta que as fitas têm um metro e pede para que escrevam as medidas, nesse momento, utilizando o metro como padrão.

- **Compras e pagamentos**

O advento das calculadoras fez com que as representações decimais se tornassem bastante frequentes. Desse modo, um trabalho interessante consiste em utilizá-las para o estudo das representações decimais na escola. Por meio de atividades em que os alunos são convidados a dividir, usando a calculadora, 1 por 2, 1 por 3, 1 por 4, 1 por 5 etc., e a levantar hipóteses sobre as escritas que aparecem no visor da calculadora, eles começarão a interpretar o significado dessas representações decimais.

Usando a calculadora, também perceberão que as regras do sistema de numeração decimal, utilizadas para representar números naturais, podem ser aplicadas para se obter a escrita dos racionais na forma decimal, acrescentando-se novas ordens à direita da unidade (a primeira ordem) e de forma decrescente.

Além da exploração dessas escritas pelo uso da calculadora, os alunos também estabelecerão relação entre elas e as representações referentes ao sistema monetário e aos sistemas de medida. Já o contato com representações fracionárias é bem menos frequente; na vida cotidiana, o uso de frações limita-se a metades, terços, quartos, e mais pela via da linguagem oral do que das representações.

Nesse sentido, o estudo de números decimais envolvidos em contextos de compra e pagamento de serviços e produtos pode contribuir muito para a construção dos conceitos de fração relacionados ao nosso sistema monetário — decimal.

- **Na onda gourmet**

Como o cozinhar vem ganhando status, e cada vez mais as crianças têm tido espaço nesse ambiente, uma atividade ou projeto que envolva alimentos, receitas e todos os artefatos que compõem a experiência da cozinha pode ser uma ótima oportunidade de explorar e mobilizar diferentes conteúdos matemáticos, tanto do campo numérico quanto da geometria, álgebra e estatística. No quadro abaixo, seguem algumas sugestões, indicando o tipo de problema que se pode explorar na cozinha e os conteúdos a serem mobilizados em cada situação, minimamente. Veja que podem existir muitos outros problemas e outros conteúdos envolvidos em cada um, mas o quadro apenas pretende sugerir alguns deles.

Problema	Conteúdo matemático mobilizado
Corte de bolo, pizza etc.	Números (naturais e frações). Formas.
Corte de cebola, tomate, carnes e outros.	Números (naturais e frações). Grandezas e medidas. Formas.
Estimativa de porções, pratos necessários.	Números (naturais e frações). Grandezas e medidas. Estatística.
Interpretar rótulos de alimentos.	Números (naturais e frações). Grandezas e medidas. Estatística.
Pesar alimentos, ou ingredientes.	Números (naturais e frações). Grandezas e medidas. Álgebra (equações).

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 3 e veja o conteúdo complementar ***Matemática em toda parte – Matemática na cozinha***, selecionado pelo professor.

- **Jogos**

O jogo é parte da experiência cotidiana da criança, e a aprendizagem por meio de jogos é um dos recursos que promove o desenvolvimento da linguagem, de diferentes processos de raciocínio e de interação entre os estudantes, pois, durante jogo, cada jogador tem a possibilidade de acompanhar e avaliar o trabalho de todos os outros, defendendo seus pontos de vista e aprendendo a ser crítico e confiante (SMOLE; DINIZ; MILANI, 2007).

Cabe ao professor a adequada escolha de jogos relevantes para os objetivos de aprendizagem e conteúdos que devem ser mobilizados, definidos para suas turmas. Nesse sentido, não deixe de acessar os conteúdos indicados na midiateca para ver alguns exemplos de trabalho com jogos, contemplando objetivos e conteúdos diversos, inclusive números racionais — mais especificamente frações.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 3 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre **jogos e etnomatemática**.

Espaço, formas, grandezas e medidas

Geometria

A BNCC determina que o ensino da geometria ocorra a partir do primeiro ano do ensino fundamental, desde noções mais simples, já exploradas na educação infantil, como noções de espaço e reconhecimento das dimensões e massa de objetos, a relações mais complexas que relacionem as cinco unidades temáticas, que são números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e estatística e probabilidade. Você pode verificar os objetos de conhecimento e competências associadas a essas unidades temáticas no texto que registra a BNCC, já indicado anteriormente. Em síntese, ao final dos anos iniciais do ensino fundamental, é esperado que os alunos tenham alcançado competências que os permitam:

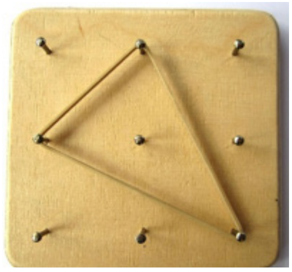
- Identificar e estabelecer pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos.
- Construir representações de espaços conhecidos e estimar distâncias.
- Indicar características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associando figuras espaciais a suas planificações.
- Nomear e comparar polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos.
- Identificar simetrias.

Recursos de ensino para geometria

No ensino fundamental, anos iniciais, a geometria pode ser explorada por meio de materiais manipuláveis e/ou softwares de geometria dinâmica, a depender do contexto de cada escola. Veja alguns recursos.

- **Geoplano**

Um geoplano é um material manipulável usado para explorar conceitos básicos em geometria plana, como perímetro, área e as características de triângulos e outros polígonos. É formado por um tabuleiro físico com um número quadrado de pregos (nove, 16, 25, 36...), em que a unidade de comprimento padrão é aquela entre dois pregos consecutivos, e a unidade de área padrão é a do quadrado formado entre quatro pregos.

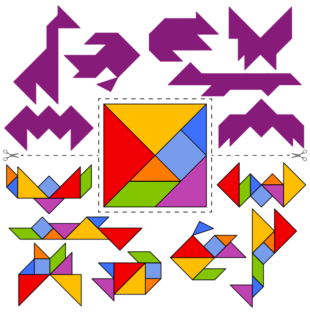


Fonte: commons.wikimedia.org.

- **Papel quadriculado**

Com a função muito próxima do geoplano, o papel quadriculado pode ser usado para os mesmos fins, com a vantagem de permitir a aproximação de áreas de figuras não poligonais, ou seja, é possível desenhar um círculo por meio de uma tampinha de garrafa e observar quantos quadradinhos compõe a figura.

- ***Tangram***



Material formado por sete peças que compõem um quadrado. O *tangram* pode ser utilizado na composição e decomposição de figuras planas. Na figura ao lado, estão indicadas algumas sugestões de composições com as peças do *tangram*, e formar essas figuras pode servir como desafio para os alunos.

- **Faixa de Moebios**

Uma faixa de Moebios é um espaço topológico formado na colagem das duas extremidades de uma fita, após efetuar meia-volta em uma delas. Deve o seu nome a August Ferdinand Möbius, que a estudou em 1858. Podem-se explorar, nas aulas, superfícies e suas características, e os momentos serão de surpresa, pois essa superfície não tem "lado de dentro e lado de fora" como as outras.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 3 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre **ensino de geometria**.

Contextos de ensino

Vejamos algumas situações oriundas do cotidiano que podem ser propostas para desenvolver os conhecimentos de geometria.

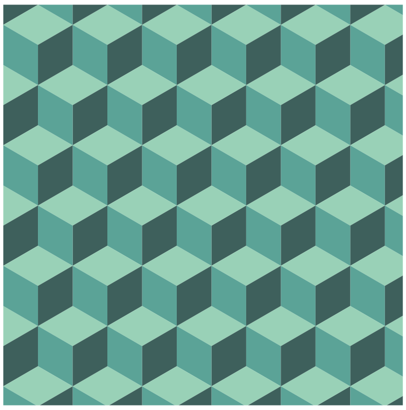
- **Arte e formas**

Nos anos iniciais do ensino fundamental, as formas podem ser exploradas também por meio da arte.

Na obra de **Pablo Picasso**, ***Guernica***, podem ser identificadas formas e proporções — momento em que o professor pode, ainda, tratar de temas como guerra e seus prejuízos, bem como sobre o Cubismo, que foi um movimento artístico, entre 1907 a 1914, tendo Picasso como um de seus criadores.

Obras de **Kandinsky** também convidam ao estudo da geometria de forma bastante prazerosa; por meio delas, podem-se explorar desde entes geométricos primitivos, como ponto, reta e plano, até ideias mais complexas de proporção e simetria. O professor pode associar um pouco de história da arte, ao contar a história do artista e percorrer em um globo terrestre, ou mapa, os caminhos por onde ele produziu e expôs suas obras. Na midiateca desta unidade, você pode saber mais sobre Kandinsky e sugestões de planos de aula contemplando sua arte.

Escher foi um artista holandês, cujas obras estão para além de conceitos e certezas da geometria clássica: criam ilusões e exploram o inesperado e padrões, como os dos mosaicos. Suas xilogravuras apresentam muitos elementos geométricos e desafios a esse tipo de pensamento, gerando possibilidades de atividades matemáticas para toda a educação básica. Na midiateca desta unidade, você encontra mais informações sobre Escher e planos de aula/atividades a partir de suas obras.



- **Geometria na vida cotidiana**

As cidades, áreas rurais, regiões serranas e litorais, cada uma com suas características peculiares, guardam muita geometria; das calçadas de Copacabana na cidade do Rio de Janeiro às plantações de arroz no Rio Grande do Sul, encontramos formas geométricas, tanto esculpidas pelo homem quanto na geografia natural desses lugares. Nossos alunos vivenciam determinados espaços, e neles há geometria. Ao professor, cabe reconhecer o espaço de experiência de seus alunos e explorá-lo em suas aulas, pois serão construídas aprendizagens cheias de significados e consistência.

Grandezas e medidas

Segunda a BNCC, nos anos iniciais do ensino fundamental, a expectativa é que os alunos:

- Reconheçam que medir é comparar uma grandeza com uma unidade e expressar o resultado da comparação por meio de um número.
- Resolvam problemas oriundos de situações cotidianas que envolvam grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área (de triângulos e retângulos) e capacidade e volume (de sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas.
- Resolvam problemas sobre situações de compra e venda e desenvolvam, por exemplo, atitudes éticas e responsáveis em relação ao consumo.

O texto da BNCC ainda sugere que se utilizem, no ensino de grandezas e medidas, unidades não convencionais para fazer as comparações e medições, o que traz significado ao ato de medir, evitando o foco em procedimentos de transformação de unidades, mas considerando o contexto em que a escola se encontra: em escolas de regiões agrícolas, por exemplo, as medidas agrárias podem merecer maior atenção em sala de aula.

- **Remédios e as medidas de capacidade**

Podemos aproveitar as medidas das doses de remédios, geralmente dadas em mililitros (ml), para explorar quantidades pequenas de líquidos e comparar com a unidade utilizada para medir leite, refrigerante e a capacidade de uma caixa d'água, por exemplo. Nessa exploração, as crianças estarão diante de situações em que precisam escolher a unidade de medida mais adequada, dependendo do que precisam medir, afinal medir doses de seus remédios em litros não seria o mais adequado. Uma boa estratégia seria analisar os rótulos e as bulas dos remédios mais utilizados pelas crianças, juntamente com a prescrição do médico, quando se poderá questionar sobre a quantidade por dose, dia e tempo de tratamento. É bastante importante que as crianças desenvolvam a noção da quantidade contida em 1 ml, 2 ml, 5 ml, entre outras, e, para isso, as seringas de remédios, bem como as tampinhas usadas para a dosagem, podem ser grandes aliadas.

NA PRÁTICA

O professor planeja suas aulas tendo em vista o contexto de seus alunos e os conhecimentos que devem mobilizar para resolver problemas relevantes para suas vidas que envolvam, por exemplo, frações, decimais, formas, grandezas e medidas e para isso precisa de uma formação que contemple esses aspectos do letramento matemático.

Resumo da Unidade 3

Nesta unidade, estudamos os conceitos associados a números racionais em suas representações fracionária e decimal e as formas de ensiná-los, observando o que normatiza a BNCC. Nesse sentido, os números decimais devem receber maior enfoque, uma vez que aparecem com mais frequência em nossas vidas, mas as frações, por requererem maior esforço em sua compreensão e ainda estarem presentes em determinados contextos, merecem uma exploração especial.

Os conceitos geométricos associados à construção dos conhecimentos acerca de espaço e formas foram encaminhados de modo que o estudo parta da geometria espacial, com uso de sólidos geométricos — poliedros e corpos redondos —, para a geometria plana, por meio da planificação e da construção desses sólidos. A ideia é sempre a de associar as formas e noções de espaço com os contextos concretos para os alunos e utilizar variados materiais manipuláveis nessa exploração.

Com relação às grandezas e medidas, é importante salientar que elas formam um bloco de conteúdos que interage diretamente com os conhecimentos sobre números, espaço e formas, constituídos de grande relevância social em vários ambientes, tanto cotidianos quanto acadêmicos e profissionais. O trabalho com grandezas e medidas deve explorar unidades de medida padrão e outras unidades; você pode explorar como os ingredientes são medidos em receitas, por exemplo, em xícaras. A comparação entre grandezas e unidades de medida, bem como a escolha da unidade de medida e do instrumento adequados para cada situação, deve ser uma preocupação constante do professor.

CONCEITO

As ideias da geometria, grandezas e medidas devem ser exploradas por meio da experiência contextualizada, evitando formalizações precipitadas. O ensino-aprendizagem de frações e decimais deve ser um processo igualmente significativo para os alunos, o que permite trabalhar frações unitárias e algumas outras que sejam exigidas na resolução de problemas, sendo estes adequados aos anos iniciais no ensino fundamental.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular**. Brasília, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 29 jun. 2019.

_______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática. Brasília, 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso em: 29 jun. 2019.

D'AMBRÓSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, mar. 2005. Disponível em: http://www.revistas.usp.br/ep/article/view/27965. Acesso em: 12 jun. 2019.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Cadernos do Mathema**: jogos de matemática do 6º ao 9º ano. Porto Alegre: Artmed, 2007.

UNIDADE 4

Aspectos do trabalho do professor com matemática

INTRODUÇÃO

Nesta unidade, você vai estudar alguns aspectos do trabalho do professor, que tratam das orientações do Estado, da escolha do livro didático e do registro de seu planejamento para ensinar matemática. A BNCC veio para normatizar o que deve ser ensinado nas escolas brasileiras, o que implica outras exigências para a elaboração e publicação dos livros didáticos pelas editoras, além das consequências inerentes a um processo diretivo relacionado a conteúdos curriculares. O Programa Nacional do Livro Didático – PNLD, a cada edital, apresenta um desafio importante para essas empresas, que se esforçam para atender orientações e exigências do governo.

Em conjunto, as diretrizes da BNCC e a coleção de livros didáticos adotados pela rede de ensino, ou escola, na rede pública ou na escola particular, vão compor o conteúdo de seu plano de aula e refletir sua concepção geral de educação, de ensino da matemática, bem como seu perfil de educador. Para fazer o planejamento de suas aulas, você precisa registrar objetivos, métodos, recursos de ensino e, em alguns casos, a forma como avaliará a aprendizagem. Vamos estudar formas de registrar todas essas informações e concepções em documentos, como plano de aula, plano de atividade e plano de ensino ou de curso.

OBJETIVO

Nesta unidade, você será capaz de:

- Elaborar planos de ensino de matemática a partir das normatizações da BNCC e compreender o uso do livro didático como recurso.

BNCC no ensino da matemática

O que é a BNCC?

Conforme consta no site da BNCC, e no próprio documento que a registra, ela possui caráter normativo e determina quais são as aprendizagens fundamentais que todos os alunos devem desenvolver ao longo da educação básica, de maneira que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o PNE. Diferentemente dos PCNs, que se constituíam em orientações curriculares, a BNCC é normativa e deverá ser implementada em todo o sistema de ensino brasileiro.

Outro aspecto que indica preocupações com resultados para além da aprendizagem é que a BNCC afirma o compromisso do ensino fundamental com o desenvolvimento do *letramento matemático*, o que é muito bom, definindo-o como:

> [...] as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). (BRASIL, 2018)

O conceito de letramento matemático está apoiado no que apregoa o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – Pisa, um programa de avaliação aplicado a uma amostra de estudantes de 15 anos de idade de diferentes países, entre os quais o Brasil. A Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE, entidade que reúne 34 países, é quem conduz o Pisa, com os países participantes da organização e outros convidados. No Brasil, é coordenado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – Inep.

Estar em consonância com o Pisa não é problema, desde que os objetivos da educação não sejam pautados apenas em resultados de testes, mesmo que internacionais. A qualidade do processo educacional, as condições de vida dos estudantes, a estrutura das escolas, a valorização do professor em termos de condições de trabalho e, especialmente, de remuneração contribuem para o contexto de construção de processos de ensino e aprendizagem de qualidade, o que implicaria bons resultados em "testes" como consequência, e não como objetivo.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 4 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre a BNCC.

Mudanças em relação aos PCNs (matemática)

- **Álgebra e probabilidade e estatística nos anos iniciais**

Mesmo nos anos iniciais do ensino fundamental, em que já existiam as unidades denominadas: *números*, *geometria* e *grandezas e medidas*, a partir da BNCC foram inseridas outras duas: *álgebra* e *probabilidade e estatística*. Nos PCNs, os conteúdos relacionados a essas unidades só apareciam nos anos finais do ensino fundamental, mas a proposta não é adiantar o conteúdo, e sim explorá-lo desde o início do fundamental, uma maneira de pensar que será utilizada mais tarde, quando conteúdos como da álgebra ou cálculos de probabilidade forem abordados de modo mais intenso.

- **Forma de descrever objetivos**

Os verbos utilizados para descrever objetivos e habilidades apontam outras alterações em relação aos PCNs, em que se usavam verbos como "identificar", "reconhecer" e "utilizar" (referindo-se ao trabalho com ferramentas e procedimentos de cálculo). Na BNCC, eles deram lugar a verbos como "classificar", "comparar", "interpretar" e "resolver", levando o aluno a raciocinar a partir das informações dadas, a analisá-las e a responder de forma autônoma; o que, por outro lado, não se alinha com características impositivas da BNCC.

- **Progressão dos conteúdos ao longo dos anos**

O modo como os objetos de conhecimento (conteúdos) são tratados a cada ano indica uma progressão do ensino de cada conteúdo, levando em consideração a complexidade dos temas (de menor a maior complexidade), as possíveis conexões entre conceitos matemáticos e o tempo de aprendizagem do aluno. Um conceito pode, inclusive, levar mais de um ano letivo para ser totalmente explorado e, consequentemente, aprendido pelos alunos. Dessa forma, um mesmo conteúdo constaria no plano de ensino de diferentes anos, mas a complexidade do que se espera que os alunos aprendam aumenta a cada ano, bem como as habilidades que se espera desenvolver a partir desses conteúdos.

- **Experiência em pesquisa**

As etapas de uma pesquisa são enfocadas pela BNCC, especialmente com relação ao trabalho com estatística. A BNCC enfatiza a aprendizagem estatística por meio de simulações de pesquisas e percorrendo as etapas de investigação e coleta, organização e tratamento de dados, até definição e representação de resultados que serão comunicados ao público, experiência que contribuiria para formação de cidadãos críticos.

- **Aproximação matemática – Computação**

As tecnologias digitais são colocadas como ferramentas de modelagem e resolução de problemas matemáticos de forma integrada. A BNCC entende áreas como programação e robótica como muito próximas da matemática e cada vez mais inseridas no cotidiano.

- **Educação financeira**

A preocupação parece ser em formar cidadãos capazes de tomar decisões conscientes e fundamentadas no conhecimento matemático com relação às suas finanças. Nesse sentido, o professor que ensina matemática promoveria o estudo no contexto de finanças na dimensão espacial (impactos das ações e decisões financeiras sobre um contexto social específico) e na dimensão temporal (decisões no presente impactando o futuro).

Portanto, segundo a BNCC, as unidades temáticas a serem desenvolvidas no ensino fundamental são números, geometria, álgebra, grandezas e medidas e probabilidade e estatística, e os conteúdos que as compõem devem ser progressivamente explorados, mantendo relacionamento com a realidade de aplicação e com a própria matemática para o desenvolvimento do letramento matemático, definido no texto da BNCC.

O livro didático

No Brasil, o livro didático se estabeleceu como um dos mais importantes recursos de ensino e está cada vez mais presente na realidade escolar. A legislação direcionada especificamente ao livro didático garante aos alunos e professores brasileiros o acesso gratuito a esse recurso para todas as disciplinas e durante todas as etapas da escolarização. Na nova redação da Lei de Diretrizes e Bases – LDB, a Lei nº 9.394/1996, a partir da promulgação da Lei nº 12.796, de 4 de abril de 2013, no inciso VIII do artigo 3º, podemos identificar a ampliação do atendimento, antes assegurado somente aos estudantes do ensino fundamental público, a todas as etapas da educação básica. O livro didático se insere em um contexto amplo, para além da realidade de cada sala de aula ou de cada escola, e se configura, cada vez mais, como um elemento relevante do saber escolar, sendo importante reconhecer o livro didático também como constituinte de aspectos políticos, socioculturais, socioeconômicos, teóricos e metodológicos que influenciam diretamente a escolha, a aquisição e as formas de apropriação desse material.

O PNLD compra e distribui obras didáticas aos alunos dos ensinos fundamental e médio, na modalidade regular ou educação de jovens e adultos – EJA. No PNLD 2019, foram atendidas escolas das redes de ensino participantes com educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental (1º ao 5º ano) constantes do censo escolar de 2017. Escolas de educação infantil receberam somente o manual do professor.

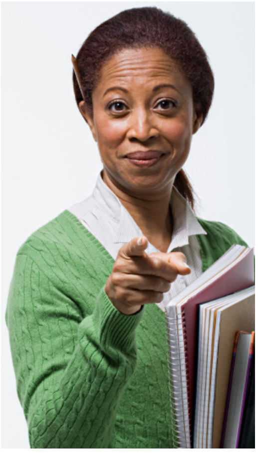
A avaliação das obras inscritas, mediante critérios definidos em edital, é realizada pela Secretaria de Educação Básica – SEB/MEC, responsável pela avaliação pedagógica. A SEB escolhe os especialistas para analisar as obras, conforme critérios divulgados no edital, que elaboram as resenhas dos livros aprovados, passando a compor o guia de livros didáticos.

Alguns critérios eliminatórios no processo de escolha das obras, especificamente de matemática, segundo divulgado na página do PNLD, edição 2019, são:

A consistência e coerência entre os conteúdos matemáticos e as atividades propostas e os objetos de conhecimento e habilidades constantes na BNCC (2018) quanto às unidades temáticas *números*, *álgebra*, *geometria*, *grandezas e medidas* e *probabilidade e estatística*.	O atendimento às competências gerais da BNCC (2018) e às competências específicas da matemática para os anos iniciais do ensino fundamental.

O Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE publica o guia de livros didáticos em seu site e entrega os guias impressos nas escolas cadastradas no censo escolar. O guia deve orientar a escolha dos livros a serem adotados pelas escolas, ou pelos gestores das redes de ensino, que, atualmente, podem escolher adotar as mesmas coleções para toda a rede de ensino.

Teoricamente, a escolha das coleções deve ocorrer por meio de um processo democrático, baseada nas avaliações que compõem o guia; sendo professores e diretores de escola os atores desse processo. O registro das escolhas das escolas e/ou redes de ensino é realizado pela internet, e a partir dos totais solicitados pelas escolas é que o MEC faz os pedidos às editoras, as quais já haviam elaborado projetos de obras que buscavam atender aos objetivos e contemplavam os conteúdos ditados pelo MEC para que pudessem fazer parte da seleção e, por fim, vender seus livros em grande escala.



Os livros chegam às escolas em outubro do ano letivo anterior ao qual se destinam, inicialmente; sendo que os do ensino fundamental devem ser reutilizados por três anos consecutivos, por alunos diferentes em cada um desses anos, com exceção dos livros consumíveis, que são os de alfabetização matemática e de alfabetização linguística (1º e 2º anos) e os de língua estrangeira.

É importante salientar que a escola, rede de ensino ou grupo de escolas poderá escolher uma coleção diferente por componente curricular, ou seja, essa coleção deverá atender às turmas do 1º ao 5º ano, de cada componente curricular, não impedindo que sejam escolhidas coleções de editoras diferentes para outros componentes curriculares.

Exemplo

Cada escola ou rede de ensino pode escolher uma coleção de história da editora P e uma coleção de matemática da editora R, entretanto as coleções escolhidas para cada componente curricular irão, obrigatoriamente, atender do 1º ao 5º ano do ensino fundamental.

Uso do livro didático

O livro didático é um recorte de um momento da sociedade e carrega consigo a visão de mundo do autor e da editora. Atualmente se constrói a partir da normatização imposta pela BNCC para que possa, em seguida, ser avaliado por especialistas e escolhido pelos professores. Nessa perspectiva, faz parte de um amplo espectro de instrumentos que os professores podem utilizar em sua prática pedagógica, mas não é o único.

Faz-se necessário estabelecer, primeiramente, que o livro didático não é o currículo da escola. Ele deve servir ao currículo estabelecido pela escola, portanto não é necessário nem desejável que o professor o utilize como se ele fosse seu plano de aula diário. Isso representaria um reducionismo de métodos e recursos danoso à prática docente.

O livro didático também não tem função de enciclopédia, especialmente na atualidade, em tempos de sociedade do conhecimento, quando as informações estão disponíveis a quase todos em tempo real. O papel do professor na orientação sobre as fontes adequadas para se pesquisar os temas de interesse da educação é de extrema relevância e, para cumprir a função de enciclopédia, a internet é um recurso mais adequado.

Considerando que em muitos lugares do nosso país o livro didático é um dos poucos recursos disponíveis para o trabalho do professor (e que essa questão envolve muitos outros aspectos, como o contexto econômico e sociocultural, a formação e a remuneração dos professores, bem como suas condições de trabalho, entre outros), a escolha do livro precisa ser ainda mais criteriosa, mesmo que isso não signifique que esse deva ser o único recurso.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 4 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre a escolha e uso do livro didático.

Conteúdos matemáticos no livro didático

Algumas das características a serem avaliadas no livro didático de matemática são:

Temas
O livro didático de matemática deve propiciar um enfoque equilibrado dos temas centrais (*números*, *geometria*, *álgebra*, *grandezas e medidas* e *probabilidade e estatística*), que devem ser trabalhados de forma integrada e interdisciplinar. Esses temas devem ser explorados na coleção ao longo das quatro séries, iniciando com noções e problemas mais simples nas séries iniciais e avançando para aprofundamentos (ampliação e aperfeiçoamento) nas séries seguintes. Nos temas abordados, os textos, problemas, atividades e exercícios contidos no livro didático precisam ter significado para o aluno, ou seja, precisam levar em conta o contexto social do alunato e seu estágio de desenvolvimento cognitivo.

Correção dos conceitos
A condição fundamental para que um livro de matemática seja considerado bom é que ele esteja matematicamente correto e com níveis de rigor e precisão apropriados ao ano do ensino fundamental para o qual ele foi elaborado.

Linguagem e linguagem matemática

Os textos contidos no livro didático de matemática devem ser claros e interessantes para os alunos que pretendem atender. A terminologia e simbologia da matemática devem ser apresentadas somente após a construção e a exploração intuitiva de conceitos matemáticos.

Exemplo

No segundo ano, escrever em linguagem matemática 2 + 4 = 6, sem antes a criança ter construído e explorado os conceitos das quantidades "dois", "quatro" e "seis", a noção de adição (de juntar quantidades) e a noção do que simboliza o sinal de igual, não resulta em aprendizagem ou consolidação de conhecimentos, pois esses conceitos ainda não têm significado para ela.

Os símbolos matemáticos são representações de ideias ou conceitos matemáticos e devem ser apresentados quando os alunos já tiverem se apropriado desses conceitos e ideias.

Métodos

Os conteúdos matemáticos precisam ser desenvolvidos a partir de situações que abordem temas relevantes para os alunos e sejam desafiadoras, de modo a promover o pensamento reflexivo e autônomo. É recomendável que os problemas e as atividades propostas pelo livro visem à compreensão e à consolidação de conceitos, revisem noções fundamentais e apliquem conhecimentos aprendidos a novas situações e a projetos ou experimentos que enriqueçam suas experiências.

Analisando essas exigências com relação aos métodos de ensino, é provável que poucas obras deem conta, minimamente, de tantos contextos quanto temos em nosso país. Segundo a teoria vygotskiana, a aprendizagem se estabelece por interação social e, nessa perspectiva, o conteúdo relevante para as crianças precisa refletir sua experiência cotidiana, considerando que todas as crianças brincam, mas em contextos distintos que influenciam suas formas de interpretar e descrever o mundo. Abaixo segue uma lista de aspectos metodológicos desejáveis em uma boa coleção de livros de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental, adaptada a partir de Dante (1996).

A coleção deve:

- Oferecer oportunidades para o próprio aluno fazer matemática, construindo e compreendendo conceitos, antes da apresentação de definições formais, regras e técnicas operatórias.
- Dar oportunidades para que o aluno descubra ideias matemáticas por meio de pensamento reflexivo, solução criativa de problemas, experimentação, estimativas, análises e generalizações.
- Justificar o conteúdo e a terminologia de tal forma que o aluno compreenda e perceba como aquilo se relaciona com ele e com seu dia a dia.
- Apresentar conceitos de forma integrada, explorando seus aspectos aritméticos, geométricos e métricos.
- Propor problemas e questões interessantes e variadas envolvendo vários conceitos e técnicas estudadas.
- Utilizar-se de várias formas de linguagem, tais como as linguagens numérica e geométrica, tabelas e gráficos, como formas de registro.
- Lançar mão de linguagem usual, coloquial, mais próxima da vivência do aluno, nas narrativas e explicações, amenizando a árida linguagem matemática.
- Incluir problemas desafiadores, enigmas, quebra-cabeças e jogos que estimulem a curiosidade e a criatividade do aluno.
- Incluir problemas, situações e questões da atualidade que precisem ser analisados de modo interdisciplinar com as outras áreas do conhecimento para a sua solução.
- Incluir problemas, atividades e exercícios que desenvolvam no aluno a capacidade de estimar fazendo cálculos mentais. Por exemplo, 19 + 19 é aproximadamente 40, pois como 19 está próximo de 20, então 19 + 19 está próximo de 40 (20 + 20).
- Incluir problemas e questões que tenham mais do que uma solução e outros que não tenham solução.

- Incluir atividades que sugiram que os próprios alunos inventem os problemas e os resolvam, estimulando sua criatividade.
- Levar em conta a vivência e a experiência do aluno em ideias matemáticas, adquiridas pela observação e manipulação de objetos. Por exemplo, em geometria experimental, no estudo do cubo e da esfera, é preciso levar em conta que a criança já brincou muito com o dadinho e com a bola e já tem experiência acumulada com essas figuras espaciais para saber que uma não rola e a outra, sim. As atividades do livro e do professor devem ser estruturadas a partir dessa vivência.
- Garantir a participação ativa do aluno na construção do conhecimento matemático e não oferecer tudo pronto e acabado, por meio de definições e exemplos, antes de apresentar questões e problemas que exijam reflexão.
- Evitar o excesso de operações rotineiras, sem significado para o aluno, ou listas de problemas e questões estereotipadas, que possam ser resolvidas mecanicamente.

Além dessas ponderações, o professor deve sempre considerar como bússola para a escolha do livro didático o currículo da escola em que trabalha e submeter cada coleção de livros às necessidades desse currículo e dos conteúdos que o constituem. Os currículos atendem a diversos grupos culturais, como grupos urbanos, indígenas, rurais, quilombolas, de classe média, do proletário, de imigrantes, de refugiados, escolar tradicional e outros.

Planejamento

Neste tópico, estudaremos as formas de registro do que pretendemos ensinar e a maneira como os conteúdos são ensinados. Começaremos por diferenciar os instrumentos de planejamento, plano de ensino e plano de aula. Esses elementos podem apresentar diversas denominações, dependendo do autor que adotamos, o que torna ainda mais importante a distinção entre os significados de cada um.

Planejamento

Planejamento é o **processo** que envolve pensar no que será realizado, portanto todo plano de ensino ou de aula e todo projeto devem passar pelo processo de planejamento realizado quer somente pelo professor, quer por um grupo de professores, quer conjuntamente com os alunos. Nele, os objetivos de ensino são articulados às estratégias e ambos são ajustados às possibilidades reais. Padilha esclarece o que constitui o planejamento:

> Planejamento é processo de busca de equilíbrio entre meios e fins, entre recursos e objetivos, visando ao melhor funcionamento de empresas, instituições, setores de trabalho, organizações grupais e outras atividades humanas. O ato de planejar é sempre processo de reflexão, de tomada de decisão sobre a ação; processo de previsão de necessidades e racionalização de emprego de meios (materiais) e recursos (humanos) disponíveis, visando à concretização de objetivos, em prazos determinados e etapas definidas, a partir dos resultados das avaliações. (2001, p. 30)

Segundo José Cerchi Fusari, “se a escola é o lugar onde por excelência se lida com o conhecimento, não podemos agir só com base no improviso [...]. Ensinar requer intencionalidade e sistematização” (1989).

O planejamento precisa considerar algumas perguntas:

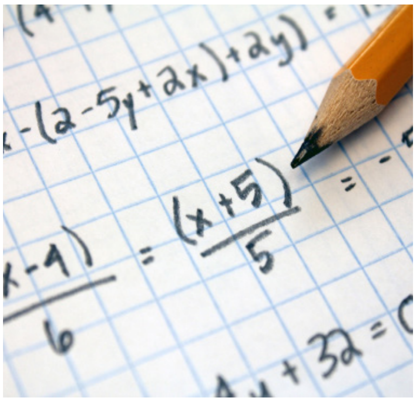
Para quem ensinar? Como ensinar?

A turma para a qual você está planejando é o primeiro e mais importante fator a ser considerado, já que o conhecimento do contexto no qual os alunos vivem, de sua faixa etária e de seus interesses, entre outros aspectos, deve orientar as escolhas sobre o que ensinar e como realizar o ensino.

Exemplo:

Turma A – Segundo ano
Grupo de alunos com idades entre oito e 10 anos, estudantes do turno da manhã em escola pública municipal, localizada em uma comunidade do Rio de Janeiro.

Turma B – EJA
Grupo de alunos adolescentes e adultos, cursando o EJA noturno, atualmente aprendendo conceitos de matemática associados ao segundo ano do EF, em escola estadual, na zona central do Rio de Janeiro.



As crianças da turma A precisam aprender a somar, por exemplo, para saberem quantas figurinhas vão ter no total, depois de ganharem algumas no jogo do “bafo” (em vez de contarem uma a uma a cada rodada).

Os adolescentes e adultos precisam, por exemplo, aprender a somar para que consigam estimar o valor de uma compra de cinco itens, antes de chegarem ao caixa.

Veja que o conteúdo matemático referente à adição precisa ser ensinado, mas, como os públicos são diferentes, as formas de ensinar devem refletir sua distinção. Um adulto pode se sentir constrangido ao ter de responder a situações que envolvam a adição de forma infantilizada, como somar figurinhas, balas, bolas de gude, ou qualquer outro exemplo inserido em situações que tenham significados infantis.

O que ensinar e por que ensinar?

Essas duas questões estão intimamente relacionadas, pois o que vamos ensinar só terá sentido se houver motivos que sustentem a necessidade de seu ensino.

Se o professor não souber por que um conteúdo precisa ser ensinado, ou seja, se não souber para que esse conteúdo será útil na vida dos estudantes, ele deve se questionar sobre a relevância de investir tempo no ensino de tal assunto. Talvez algumas leituras e pesquisas o ajudem a compreender por que certo conteúdo é relevante, ou o leve a reconhecer que um dia esse tipo de conteúdo foi importante, mas em nosso tempo não é mais. Ou, ainda, talvez ele chegue à conclusão de que tal conteúdo nunca teve significado prático, embora faça parte da matemática formal e tenha sido historicamente ensinado na escola.

Outro aspecto se refere à obrigatoriedade imposta pela BNCC, que pode ser fortemente ampliada pela rede de ensino, se ela determinar as coleções de livros didáticos a serem distribuídos em toda rede, o que é permitido pelo PNLD nos termos atuais.

Ainda que sob imposição, o professor sempre poderá enfocar cada conteúdo de forma mais ou menos aprofundada e abrangente, dando luz àquilo que considera mais importante e adequado para seus alunos, considerando o contexto atual e a formação para vida em sociedade de forma digna. Dessa forma, as escolhas didáticas continuarão sob regência do professor, o que implica maior responsabilidade desse profissional no zelo pela aprendizagem e autonomia de seus alunos.

Plano de ensino

O plano de ensino é produto do planejamento do processo de ensino para o ano letivo, de cada componente curricular.

Formalmente, o plano de ensino deve contemplar dados de identificação da disciplina, objetivos, conteúdo programático, metodologia, avaliação e referências bibliográficas. O plano de ensino balizará o trabalho do professor.

Os elementos que constituem o plano de ensino são: os objetivos gerais e específicos, os conteúdos, os procedimentos (as estratégias metodológicas, as técnicas), bem como os recursos didáticos e a avaliação.

Os objetivos envolvem o que os alunos deverão conhecer, compreender, fazer, analisar e avaliar ao longo do ano letivo.

Nesse sentido, os objetivos devem ser construídos em forma de frases que iniciam com verbos indicando a ação, e, especialmente, completando uma frase com o seguinte significado: "Ao final do ano letivo os alunos devem ser capazes/devem ter aprendido..." (SPUDEIT, 2010).

Plano de aula

O plano de aula é o produto do processo de planejamento de cada aula, a partir da direção registrada no plano de ensino.

O plano de aula responde aos objetivos do plano de ensino, embora seja realizado para cada aula, ou para um conjunto de aulas. O plano de aula é responsabilidade direta do professor, pois nele se registram as estratégias e os recursos de ensino a serem utilizados na efetivação do que foi descrito no plano de ensino. O planejamento das aulas pode ser ainda uma tarefa conjunta de professores de um mesmo ano da educação infantil, ou do ensino fundamental. Ainda assim, será efetivado por cada professor e, nessa realização, estarão imbricadas suas concepções acerca de educação e ensino. O perfil individual do educador será impresso nas ênfases e orientações do docente em cada aula, com cada grupo de alunos.

Plano de aula por mapa mental

Uma forma de registrar seu plano de aula rapidamente é a utilização de **mapas mentais**. Um modelo de plano de aula estruturado por meio de mapa mental foi difundido e popularizado pelo professor inglês Ross Morrison McGill.

Saiba mais

Existem alguns geradores de mapas mentais, inclusive alguns disponíveis on-line. Esse é o caso de uma das ferramentas da plataforma de aprendizagem MindMeister, do GoConqr ou do Freemind.

Aplicativos que auxiliam no planejamento

A Google disponibiliza um conjunto de ferramentas para educação, inclusive uma espécie de sala de aula virtual. No G Suite for Education, você pode explorar para organizar seu trabalho docente como um todo e distribuir tarefas aos alunos, tudo gratuitamente.

O OneNote da Microsoft e o Evernote são aplicativos que remetem a um caderno infinito e reorganizável conforme a sua conveniência. Eles são sincronizados para diversos dispositivos e permitem que você "guarde" suas anotações, ideias, páginas web preferidas, vídeos etc. em um só lugar, para depois consolidar em um plano de aula, por exemplo. Além disso, é possível compartilhar os cadernos que você desejar com seus alunos, e são aplicativos gratuitos.

Professores podem usar a tecnologia a favor do seu trabalho, mas esta nunca tomará o lugar deles. Aproveitemos as tecnologias disponíveis e não percamos o "bonde" da história tecnológica na educação.

MIDIATECA

Acesse a midiateca da Unidade 4 e veja o conteúdo complementar selecionado pelo professor sobre o plano de aula.

NA PRÁTICA

É necessário que o professor tenha conhecimento do que a legislação educacional, em especial a BNCC, apresenta; dos objetos de conhecimento curriculares obrigatórios; e, considerando vários recursos de ensino, como o livro didático, planeje o processo de ensino e aprendizagem, registrando seu planejamento em documentos como os planos, os quais são necessários e exigidos pelas instituições de ensino.

Resumo da Unidade 4

Nesta unidade, estudamos alguns aspectos da legislação que trata da educação — Constituição, a LDB e a atual BNCC — e discutimos de que forma todos esses elementos impactam o ensino de matemática. Em um segundo momento, analisamos aspectos envolvidos na adoção do livro didático, especialmente no que se refere à escolha do melhor livro para cada turma, considerando suas especificidades, e conhecemos o PNLD.

Todas essas influências da legislação, bem como o livro adotado, refletem-se nos planos de ensino e de aula, os quais sistematizam as intenções de ensino que a escola e o professor determinam para cada etapa da escolarização. O processo de planejamento deve ter como produto os planos de ensino e de aula, elaborados pelo professor, ou pelo grupo de professores que os colocará em prática. Como o ensino é intencional, configurando-se em um projeto, a sua efetivação requer planejamento comprometido e criativo.

CONCEITO

A BNCC é normativa e estabelece como campos da matemática: números, geometria, álgebra, grandezas e medidas e probabilidade e estatística. O livro didático não é o currículo de matemática, mas um instrumento que pode ser utilizado no processo de ensino definido pelo professor. O planejamento do processo de ensino, tendo como produto os planos de ensino ou de aula, é fundamental para o trabalho docente, que é intencional e deve ser organizado de forma a contribuir para a aprendizagem dos alunos.

Referências

BRASIL. Câmara dos Deputados. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional:** Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. 7. ed. Brasília: Edições Câmara, 2012.

________. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. v. 3. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio. Acesso em: 5 jul. 2019.

DANTE, L. R. Livro didático de matemática: uso ou abuso? **Em Aberto**, Brasília, ano 16, n. 69, jan./mar. 1996. Disponível em: http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/view/2068/2037. Acesso em: 29 fev. 2016.

FUSARI, J. C. Planejamento educacional não é um ritual burocrático. **Sala de Aula**, São Paulo, n. 2, p. 34-34, abr. 1989.

PADILHA, R. P. **Planejamento dialógico:** como construir o projeto político-pedagógico da escola. São Paulo: Cortez; Instituto Paulo Freire, 2001.

SPUDEIT, D. **Ensino de formação e desenvolvimento de coleções**. 1º jan. 2010, 31 dez. 2010. Notas de aula.

VEIGA, I. P. A. (coord.). **Repensando a didática**. 23. ed. São Paulo: Papirus, 2011. cap. 3, p. 55-64; cap. 4, p. 65-74; cap. 5, p. 75-91; cap. 6, p. 93-106.